

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

КУРС

«ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ШКОЛЬНИКА»

(17 часов)

9, 10, 11 класс школы
1-2 курс СПО

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка.....	3
2. Модуль I. «Вклады».....	5
2.1. Занятие 1. Вводное занятие. Банковские услуги. Вклад. Выписка по счету	6
2.2. Занятие 2. Простые проценты.....	8
2.3. Занятие 3. Сложные проценты	12
2.4. Занятие 4. Простые и сложные проценты. Решение задач	15
2.5. Занятие 5. Доходность по вкладу. Эффективная процентная ставка	17
2.6. Занятие 6. Учет инфляции при определении доходности вложений. Реальная ставка по вкладу.....	22
3. Модуль II. «Кредиты».....	24
3.1. Занятие 7. Вводное занятие. Банковские услуги. Кредит. График платежей по кредиту.....	26
3.2. Занятие 8. Три основные схемы погашения кредита	30
3.3. Занятие 9. Анализ трех основных схем погашения кредита	33
3.4. Занятие 10. Составление графика погашения кредита. Решение задач	36
3.5. Занятие 11. Составление графика погашения кредита. Решение задач	40
3.6. Занятие 12. Составление графика погашения кредита. Решение задач	42
3.7. Занятие 13. Дифференцированные платежи. Решение задач	44
3.8. Занятие 14. Дифференцированные платежи. Задача в общем виде.....	46
3.9. Занятие 15. Аннуитетные платежи. Решение задач	47
3.10. Занятие 16. Аннуитетные платежи. Задача в общем виде	51
3.11. Занятие 17. Различные условия кредитования.....	56
Приложения	57
Приложение 1. Раздаточные материалы к занятиям.....	58
Приложение 2. Задания для самостоятельной работы и их решение.....	66

1. Пояснительная записка

Курс «Основы финансовой математики» предназначен для реализации в основной и средней школе (9, 10, 11 класс), а также для студентов среднего профессионального образования (СПО). Цель курса – повысить общекультурный уровень и заложить основы финансово грамотного поведения, а также успешно выполнить задание №17 на государственной итоговой аттестации (ЕГЭ математика профиль).

Курс «Основы финансовой математики» является одним из опорных курсов старшей школы: он обеспечивает изучение таких дисциплин, как «Экономика», «Обществознание» и др. Развитие мышления учащихся при изучении настоящего курса способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки математического характера необходимы для дальнейшей жизни, трудовой и профессиональной подготовки школьников. Основная идея курса заключена в расширении и углублении знаний учащихся по некоторым разделам математики – «Финансовая математика», не включенным в общеобразовательную программу, но необходимые для дальнейшего обучения.

Практическая значимость курса «Основы финансовой математики» обусловлена тем, что его объектами являются фундаментальные структуры и количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства банковской системы, взаимоотношений вкладчик-банк и заемщик-банк и др. Математика является языком науки «Экономика». С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в экономике семьи, организаций, государства и мирового устройства экономики, что в свою очередь поможет обучающемуся стать финансово грамотным человеком.

В рамках программы разработаны уроки, адаптированные для школьника как для очных занятий в школе, так и для дистанционных. Уроки разработаны в рамках рабочей программы «Основы финансовой математики»¹. Учебный предмет – математика. Обучающиеся анализируют графики платежей по вкладам и кредитам. Выявляют взаимосвязь с арифметической и геометрической прогрессиями. Учатся ставить перед собой различные вопросы и отвечать на них. Главной целью модулей «Вклады» и «Кредиты» является научить составлять графики платежей: по кредиту с заданными условиями погашения суммы основного долга, а также с дифференцированными и аннуитетными платежами; а по вкладам как начисляются проценты и учитывается инфляция, т.е. понимать процессы формирования вкладов и кредитов. Узнают о понятиях: номинальная, эффективная и реальная процентные ставки и др. Влияние различных условий извне на платежи по кредиту, в том числе шарового платежа и многое другое. В процессе реализации программы организуется проектная деятельность обучающихся, применяются кейс-технологии.

Система уроков раскрывает виды и формы деятельности, способствующие развитию познавательной активности, коммуникативных и регулятивных умений, накоплению творческого потенциала. Презентации к уроку служат дополнительным мультимедийным ресурсом, обеспечивающим иллюстративность, информационность, формирование ИКТ-компетентности. Учебно-методический комплект может быть рекомендован для учителей математики, а также экономики и финансовой грамотности, руководителям методических объединений в общеобразовательных организациях. Конспекты уроков представлены далее. В помощь учителю создаются видео, как проходят занятия и используются разработки к урокам. Видео можно посмотреть по ссылке: <https://drive.google.com/drive/folders/1Tbgy3dP8GDa0uaQMm7NSJkX9npb035-J?usp=sharing>.

¹ https://drive.google.com/file/d/1Q3eOiKjIbFGgb_TzbFmTDhVRzk7EtcDG/view

Представленный материал необходим прежде всего для формирования у учащихся умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах (в печатных изданиях, на официальных сайтах банков), понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей.

Обоснование связи методических материалов с финансовой грамотностью:

- в ходе урока выявляются связи экономических расчетов и тем изучаемых на уроках математики в школе.
- занятие нацелено на развитие познавательных интересов в сфере экономии денежных средств и открывающихся возможностей формирования семейного бюджета. Т.е., понимание практической значимости и ценности знаний, полученных на уроках математики, которые вносят вклад в формирование экономической культуры и экономического мышления.

Курс «Основы финансовой математики» включает в себя следующие модули: Модуль I. «Проценты»; Модуль II. «Банк и банковские продукты»; Модуль III. «Вклады»; Модуль IV. «Кредиты»; Модуль VI. «Бюджет семьи».

В рамках настоящих материалов представлены два модуля «Вклады» и «Кредиты».

2. Модуль I. «Вклады»

В данном модуле представлены следующие уроки по теме «Вклады»:

1. Вводное занятие. Банковские продукты: «Вклады»
2. Простые проценты
3. Сложные проценты
4. Простые и сложные проценты. Решение задач
5. Эффективная процентная ставка
6. Учет инфляции при определении доходности вложений

Уроки разработаны в рамках рабочей программы «Основы финансовой математики»². Учебный предмет – математика. Уроки возможно интегрировать в рабочую программу по математике в 9 классе по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в качестве вариативной части. Данные уроки покажут, как взаимосвязаны: алгебра, экономика, финансовые задачи и пр. Помогут обучающимся в подготовке к олимпиадам, в том числе по «Финансовой грамотности» и государственной итоговой аттестации в 11-ом классе.

Основные понятия и определения: семейный бюджет, сбережения, банк, лицевой счет, депозит, вклад, вкладчик, взаимоотношения банк-вкладчик, процентная ставка по вкладу, приходные операции по вкладу, расходные операции по вкладу, периодичность причисления/выплаты процентов, порядок и количество пролонгаций Договора на новый срок, прибыль по вкладу, простые проценты, сложные проценты, и пр.

Цель занятий. Сформировать понимание о вкладах. Научить формировать (рассчитывать) выписку по счету с заданными условиями, а также формулировать возможные вопросы об условиях договора о вкладе и отвечать на них.

Задача занятий:

- научить осуществлять несложные экономические расчеты – формирование выписки по счету с разными схемами начисления процентов;
- выявить связи экономических расчетов и тем изучаемых на уроках математики в школе: простые проценты – арифметическая прогрессия; сложные проценты – геометрическая прогрессия;
- вывести формулы для расчетов суммы вклада за период с разными схемами начисления процентов;
- взаимосвязь номинальной, эффективной и реальной процентных ставок;
- учет инфляции. Формула Фишера;
- решение задач по формулам.

² https://drive.google.com/file/d/1Q3eOiKjIbFGgb_TzbFmTDhVRzk7EtcDG/view

2.1. Занятие 1. Вводное занятие. Банковские услуги. Вклад. Выписка по счету

Тема. Вводное занятие. Банковские услуги. Вклад. Выписка по счету

Цель занятия. Научить читать выписку по счету, а также формулировать возможные вопросы об условиях договора о вкладе и отвечать на них.

Задача занятия. Научить задавать вопросы по вкладу, понимать главные параметры и др.

Ход урока

Банк - кредитная организация, которая имеет исключительное право осуществлять в совокупности следующие банковские операции: привлечение во вклады денежных средств физических и юридических лиц, размещение указанных средств от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, платности, срочности, открытие и ведение банковских счетов физических и юридических лиц.

Федеральный закон от 02.12.1990 N 395-1 (ред. от 27.12.2019) "О банках и банковской деятельности" (с изм. и доп., вступ. в силу с 08.01.2020).

"Гражданский кодекс Российской Федерации (часть вторая)" от 26.01.1996 N 14-ФЗ (ред. от 18.03.2019, с изм. от 03.07.2019) ГК РФ Глава 44. Банковский вклад.

По договору банковского вклада (депозита) одна сторона (банк), принявшая поступившую от другой стороны (вкладчика) или поступившую для нее денежную сумму (вклад), **обязуется возвратить сумму вклада и выплатить проценты на нее на условиях и в порядке, предусмотренных договором.** Если иное не предусмотрено законом, по просьбе вкладчика-гражданина банк вместо выдачи вклада и процентов на него должен произвести перечисление денежных средств на указанный вкладчиком счет.

Проценты по вкладу – это начисление **вознаграждения** за размещение вклада на банковском счете за весь период хранения средств.

Договор банковского вклада заключается на условиях выдачи **вклада по требованию (вклад до востребования)** либо на условиях возврата вклада **по истечении определенного договором срока (срочный вклад).**

Договором может быть предусмотрено внесение вкладов на иных не противоречащих закону условиях их возврата.

Начисление процентов по банковским депозитам осуществляется двумя способами: по формуле простого или сложного (капитализированного) процента, при этом ключевым параметром, влияющим на результаты обоих расчетов, является процентная ставка.

Вклад (депозит) – сумма денег, переданная человеком или организацией в банк с целью получения дохода. Банк проводит разные финансовые операции с этими деньгами, а за это вкладчик получает процентный доход.

Вклад до востребования – вклад, возвращаемый полностью или частично по первому требованию. Используется в основном для текущих платежей и расчётов.

Срочный вклад – банковский вклад, по которому устанавливается определенный срок хранения. Такой вклад хранится в банке в размере внесённой суммы и возвращается вкладчику полностью вместе с процентным доходом. По условиям вклада иногда бывает возможен досрочный возврат. Но тогда лицо, открывшее вклад, несёт убытки: оно либо уплачивает штраф, либо лишается начисленных процентов.

Процентный доход (доход по вкладу) – доход, получаемый за предоставление денег в пользование кредитным организациям (банкам). Процентный доход зависит от величины процентной ставки и механизма начисления процентов, установленных банком.

Процентная ставка по вкладу – процент вознаграждения от суммы вклада, которое банк обязуется выплатить вкладчику, как правило, отнесённый к году.

Простой процент – исчисление процента дохода по вкладу, при котором наращивание применяется только к начальной сумме вклада.

Сложный процент – исчисление процента дохода по вкладу, при котором наращивание применяется к накопленной сумме.

Капитализация процентов – добавление процентного дохода предыдущего периода к накопленной сумме вклада, позволяющее начислять сложный процент (проценты на проценты).

Наращенная сумма депозита (ссуды, долга и т.д.) – первоначальная сумма с начисленными процентами к концу срока.

2.2. Занятие 2. Простые проценты

Тема. Вклады. Простые проценты

Цель занятия. Формирование выписки по вкладу при начислении простых процентов

Задачи занятия:

- Выявить взаимосвязь простых процентов и арифметической прогрессии;
- Вывести формулу простых процентов;
- Производить расчёты с использованием формулы простых процентов.

Ход урока

I ЭТАП. Организационный этап (1 мин)

Обсуждение правил занятия

II ЭТАП. Мотивационный этап (4 мин)

Видеоролик – «- Граждане! Храните деньги в сберегательной кассе! Если, конечно, они у вас есть.».

Ключевой вопрос: «Как грамотно выбрать и использовать банковские услуги для себя и своей семьи?»

БАНК

Вообще, слово банк произошло от итальянского banco – скамья или лавка, на которых менялы раскладывали монеты. Сейчас банки – это коммерческие организации, задача которых – получение прибыли. Они имеют исключительное право на привлечение денежных средств людей и организаций, и также дальнейшей выдачи этих средств в виде кредитов. Также банки осуществляют такие банковские операции как денежные переводы, выдача наличных денежных средств, обмен валют и т.д. Очевидно, что все эти функции человек так или иначе использует в повседневной жизни.

Проценты по вкладу – это начисление вознаграждения за размещение вклада на банковском счете за весь период хранения средств.

Простые проценты начисляются по окончании срока действия депозитного договора. Причем, если договор автоматически продлевается на следующий срок, то вознаграждение за предыдущий период не причисляется к телу депозита, т.е. проценты начисляются на первоначальную сумму вклада.

Чем отличаются банковские продукты от банковских услуг.

ВКЛАДЫ:

1. Выбираем наиболее оптимальный банковский инструмент для размещения денежных средств. Какие бывают вклады. Чем отличаются: плюсы и минусы.
2. Способы начисления процентов по вкладам: простые и сложные проценты.

Кейс: Семья мечтает о машине. В феврале отец получил наследство в размере 700 000 руб. Выбрали машину, но в магазин ее поставят через 4 месяца. Как лучше поступить семье с денежными средствами? **Ответ:** открыть вклад.

III ЭТАП. Решение задачи, анализ полученных результатов. Исследование: выявление связи экономических расчетов и тем изучаемых на уроках алгебры в школе: простые проценты – арифметическая прогрессия; **Вывод формулы:** простые проценты. (20 минут)

Задание. Решили открыть вклад. В банке предложили два разных вклада, которые отличаются разными способами начисления процентов:

№1 – простые проценты (тема текущего урока),

№2 – сложные проценты

(основные условия Договора о вкладе представлены в далее приведенной таблице).

Составить выписки по счетам, с учетом заданных условий.

Какая сумма будет на каждом вкладе на конец действия договора?

Какой вклад более выгодный для вкладчика и на сколько?

Таблица 1. Основные условия Договора о вкладе

	Вклад 1	Вклад 2
	Простые проценты	Сложные проценты
Дата заключения договора	01.03.2020	01.03.2020
Сумма вклада, руб.	700 000	700 000
Валюта вклада	РОССИЙСКИЙ РУБЛЬ	РОССИЙСКИЙ РУБЛЬ
Срок вклада (период)	1 месяц	1 месяц
Дата окончания срока вклада	01.07.2020	01.07.2020
Процентная ставка по вкладу	2% в месяц	2% в месяц
Приходные операции по вкладу, руб.	0	0
Расходные операции по вкладу, руб.	0	0
Количество раз начисляемых процентов	4	4
Сумма на вкладе на конец срока, руб.		
Сумма начисленных процентов за период действия договора, руб.		

Вклад 1. Простые проценты

Таблица 2. Выписка по счету. Вклад 1. Простые проценты

№ п/п	Дата	Сумма вклада, руб.	Начисленные проценты, руб.	Сумма на конец периода, руб.	Комментарии
0	01.03.2019	700 000			Заключение договора
1	31.03.2019	700 000	14 000	714 000	Начисление процентов за 1-ый месяц
					$=700\,000+700\,000\times 0,02$
					$=700\,000\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02\times 1)$
2	01.04.2019	714 000			Начисление процентов за 2-ой месяц
	30.04.2019	714 000	14 000	728 000	$=700\,000+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02$
					$=700\,000\times(1+0,02+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02\times 2)$
3	01.05.2019	728 000			Начисление процентов за 3-ий месяц
	31.05.2019	728 000	14 000	742 000	$=700\,000+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02$
					$=700\,000\times(1+0,02+0,02+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02\times 3)$
4	01.06.2019	742 000			Начисление процентов за 4-ий месяц
	31.06.2019	742 000	14 000	756 000	$=700\,000+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02+700\,000\times 0,02$
					$=700\,000\times(1+0,02+0,02+0,02+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02\times 4)$
	ИТОГО		56 000	756 000	

Рассмотрим ряд чисел: 700 000, 714 000, 728 000, 742 000, 756 000

Полученный ряд чисел представляет собой арифметическую прогрессию: $a_n = a_1 + (n-1) \times d$, где $a_1 = 700\,000$, $d = 14\,000$

ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Выведите формулу расчета суммы вклада через n периодов

S_0 – первоначальная сумма вклада

$r\%$ - банк обязуется выплачивать вкладчику за каждый период

n – количество раз начисленных процентов

S_n – сумма на вкладе на конец n -ого периода, тогда

$$S_n = S_0 \times \left(1 + n \times \frac{r}{100} \right)$$

IV ЭТАП. «Физкультминутка» - смена деятельности (2 минуты)

Пословицы и поговорки про деньги:

1. Деньги – хороший слуга, но плохой хозяин.
2. Время – деньги.
3. На деньги ума не купишь.
4. Не имей сто рублей, а имей сто друзей.
5. Денег куры не клюют.

V ЭТАП. Закрепление материала. Решение задач по вновь выведенным формулам. (10 минут). Задачи представлены в презентации

Задание из олимпиады по Финансовой грамотности: Петр Петрович решил накопить денег к моменту выхода на пенсию через 15 лет. Он положил 800 000 руб. в банк под 7% годовых. Найдите сумму, которая накопится на банковском вкладе к моменту выхода Петра Петровича на пенсию, если проценты начисляются ежегодно по формуле простых процентов.

Задача 1. Найдите период времени, за который сумма, положенная на депозит возрастет в 2 раза при начислении процентов по простой ставке 20%

Задача 2. Определить срок в годах, при начислении простых процентов, по следующим данным:

- процентная ставка: 15%
- вклад: 2000 тыс. руб.
- вклад с процентами: 10100 тыс. руб.

VI ЭТАП. Рефлексия. (5 минут)

2.3. Занятие 3. Сложные проценты

Тема. Вклады. Сложные проценты

Цель занятия. Формирование выписки по вкладу при начислении сложных процентов

Задачи занятия:

- Выявить взаимосвязь сложных процентов и геометрической прогрессии;
- Вывести формулу сложных процентов;
- Производить расчёты с использованием формулы сложных процентов.

Ход урока

I ЭТАП. Организационный этап (1 мин).

Обсуждение правил занятия

II ЭТАП. Мотивационный этап (2 мин).

Учитель напоминает о задаче предыдущего урока: Семья мечтает о машине. В феврале отец получил наследство в размере 700 000 руб. Выбрали машину, но в магазин ее поставят через 4 месяца. Как лучше поступить семье с денежными средствами? Ответ: открыть вклад.

III ЭТАП. Решение задачи, анализ полученных результатов. Исследование: выявление связи экономических расчетов и тем изучаемых на уроках алгебры в школе: сложные проценты – геометрическая прогрессия. Вывод формулы: как рассчитать сумму на вкладе через n периодов, по схеме начисления процентов – сложные проценты (25 минут).

Задание. Решили открыть вклад. В банке предложили два разных вклада, которые отличаются разными способами начисления процентов:

№1 – простые проценты,

№2 – сложные проценты (тема текущего урока)

(основные условия Договора о вкладе представлены в далее приведенной таблице).

Составить выписки по счетам, с учетом заданных условий.

Какая сумма будет на каждом вкладе на конец действия договора?

Какой вклад более выгодный для вкладчика и на сколько?

Проценты по вкладу – это начисление вознаграждения за размещение вклада на банковском счете за весь период хранения средств.

Сложные проценты начисляются на всю имеющуюся на вкладе сумму, с учетом процентов, которые до этого уже были начислены и добавлены к сумме вклада. То есть это та схема начисления прибыли, при которой начисленная прибыль причисляется к телу депозита, и на него в будущем снова начисляется доход – капитализация процентов.

Вклад 2. Сложные проценты

Таблица 3. Выписка по счету. Вклад 2. Сложные проценты

№ п/п	Дата	Сумма вклада, руб.	Начисленные проценты, руб.	Сумма на конец периода, руб.	Комментарии
0	01.03.2019	700 000			Заключение договора
1	31.03.2019	700 000	14 000	714 000	Начисление процентов за 1-ый месяц
					$=700\,000+700\,000\times 0,02$
					$=700\,000\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)^1$
2	01.04.2019	714 000			Начисление процентов за 2-ой месяц
	30.04.2019	714 000	14 280	728 280	$=714\,000+714\,000\times 0,02$
					$=714\,000\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)^2$
3	01.05.2019	728 280			Начисление процентов за 3-ий месяц
	31.05.2019	728 280	14 565,60	742 845,60	$=728\,280+728\,280\times 0,02$
					$=728\,280\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)\times(1+0,02)\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)^3$
4	01.06.2019	742 845,60			Начисление процентов за 4-ий месяц
	31.06.2019	742 845,60	14 856,91	757 702,51	$=742\,845,60+742\,845,60\times 0,02$
					$=742\,845,60\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)\times(1+0,02)\times(1+0,02)\times(1+0,02)$
					$=700\,000\times(1+0,02)^4$
	ИТОГО		57 702,51	757 702,51	

Рассмотрим ряд чисел: 700 000 714 000 728 280 742 845,60 757 702,51

Полученный ряд чисел представляет собой арифметическую прогрессию: $b_n = b_1 + q^{(n-1)}$, где $b_1 = 700\,000$, $q = 1,02$

СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Выведите формулу расчета суммы вклада через n периодов

S_0 – первоначальная сумма вклада

$p\%$ – банк обязуется выплачивать вкладчику за каждый период

n – количество раз начисленных процентов

S_n – сумма на вкладе на конец n -ого периода, тогда

$$S_n = S_0 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Выводы по проведенным расчетам и составленным выпискам по вкладам.

Таблица 4. Основные условия Договора о вкладе

	Вклад 1	Вклад 2
	Простые проценты	Сложные проценты
Дата заключения договора	01.03.2020	01.03.2020
Сумма вклада, руб.	700 000	700 000
Валюта вклада	РОССИЙСКИЙ РУБЛЬ	РОССИЙСКИЙ РУБЛЬ
Срок вклада (период)	1 месяц	1 месяц
Дата окончания срока вклада	01.07.2020	01.07.2020
Процентная ставка по вкладу	2% в месяц	2% в месяц
Приходные операции по вкладу, руб.	0	0
Расходные операции по вкладу, руб.	0	0
Количество раз начисляемых процентов	4	4
Сумма на вкладе на конец срока, руб.	756 000	757 702,51
Сумма начисленных процентов за период действия договора, руб.	56 000	57 702,51

Какая сумма будет на каждом вкладе на конец действия договора? Ответ в таблице

Какой вклад более выгодный для вкладчика и на сколько? Выгоднее вклад с капитализацией процентов на 1 702,51 руб.

IV ЭТАП. «Физкультминутка» - смена деятельности (2 минуты)

Притча «Богатые люди»

Однажды богатч решил взять своего маленького сына в деревню, чтобы показать, какими бедными бывают люди. Они провели день и ночь на ферме, в кругу очень бедной семьи.

Вернувшись домой, отец спросил сынишку, понравилось ли ему путешествие.

— Было замечательно, папа! — сказал он.

— И что тебе показала наша поездка?

— Я увидел, что у нас одна собака в доме, а у них — четыре пса. У нас есть бассейн в саду, а у них — бухта, из которой видно бескрайнее море. Мы освещаем ночью свой сад лампочками, а им светят звезды.

Отец от такого ответа лишился дара речи, а сын добавил:

— Спасибо, папа, что показал мне, насколько богатыми могут быть люди.

V ЭТАП. Закрепление материала. Решение задач по вновь выведенным формулам. (10 минут)

Задание из олимпиады по Финансовой грамотности: Коммерческий банк «Зеро» начисляет по вкладам с капитализацией ежегодно 5,5% годовых. Вкладчик внес в банк 1 000 000 рублей. Какой станет сумма вклада через 3 года?

Задача 1. Гражданин положил 4 года назад на депозит 300 000 рублей под 10% годовых. Какая сумма аккумулировалась на депозите в настоящее время при годовой капитализации? На сколько выросла сумма по сравнению с первоначальным взносом?

Задача 2. Алексей вложил в банк 1 000 000 рублей под 5% годовых при условии начисления сложных процентов. Через сколько лет на вкладе будет 1 102 500 руб.?

VI ЭТАП. Рефлексия. (5 минут)

2.4. Занятие 4. Простые и сложные проценты. Решение задач

Тема. Простые и сложные проценты.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся

Задача занятия:

- Производить расчёты с использованием формул простых и сложных процентов;
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

I ЭТАП. Организационный этап (1 мин).

Обсуждение правил занятия

II ЭТАП. Мотивационный этап (2 мин).

Учитель напоминает формулы, которые вывели обучающиеся на предыдущих уроках. Мотивация к более глубокому усвоению знаний, обобщению, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся.

III ЭТАП. Решение задачи, анализ полученных результатов, пере формулирование математических задач на язык повседневной жизни. (35 минут).

Простые проценты

Задание 1.1

Какую сумму S_0 внесли в банк под простые проценты по ставке $p\%$, если через n лет вклад вырос на a рублей?

Проведите расчеты в следующих случаях:

p	n	a	S_0
12,5	2	125	500
4,5	5	292,5	1 300
3,5	7	4 900	20 000
12	10	2 400	2 000

Решите задачу в общем виде: $S_0 = \frac{100a}{np}$

Пример как переформулировать: Сколько мне необходимо положить в банк денег под простые проценты 12% годовых, чтобы через 5 лет получить прибыль в размере 1200 рублей.

Задание 1.2

Определите годовую ставку p простых процентов, если первоначальный вклад S_0 через n лет увеличится на a рублей.

Проведите расчеты в следующих данных:

p	n	a	S_0
20	2	1 800	4 500
4,04	5	303	1 500
8	3	480	2 000
4	10	1 800	4 500

Решите задачу в общем виде: $p = \frac{100a}{nS_0}$

Пример как переформулировать: Положил на вклад 2 000 руб. Через 2 года хочу получить прибыль в размере 240 рублей. Какая должна быть процентная ставка годовых.

2. Сложные проценты

Задание 2.1

Выясните, какую ежегодную ставку сложных процентов выплачивал банк, если за n лет первоначальная сумма S_0 достигла величины S_n рублей.

Проведите расчеты при следующих значениях n , S_0 и S_n :

p	n	S_n	S_0
25%	2	25 000	16 000
10%	3	343 000	216 000
20%	4	21 600	12 500

Пример как переформулировать: Положил на вклад 125 000 руб. Через 2 года хочу получить прибыль в размере 91 000 рублей. Какая должна быть процентная ставка годовых.

Задание 2.2

Подсчитайте, какую сумму S_0 следует внести в банк, выплачивающий $p\%$ годовых (проценты сложные), чтобы через n лет получить не менее S_n рублей?

Проведите расчеты при следующих значениях:

p	n	S_n	S_0
25	2	250 000	Не менее 160 000
10	3	266 200	Не менее 200 000
4,5	4	1 192 520	Не менее 1 000 000

Пример как переформулировать: Сколько необходимо положить на счет, чтобы при ставке 25% годовых через два года на счете было 250 000 рублей.

VI ЭТАП. Домашнее задание. (2 минут)

1. Решить задачи, представленные в таблицах (по ходу урока будет понятно какие задачи необходимо решить);
2. Придумать алогичные задачи:
 - Найти сумму вклада.
 - Найти срок вклада.
 - Найти процентную ставку.
 - Найти сумму на вкладе на конец срока.
 - Найти прибыль по вкладу в рублях.
 - Сколько составила прибыль по вкладу в процентах.

VII ЭТАП. Рефлексивно – оценочный этап. (5 минут)

2.5. Занятие 5. Доходность по вкладу. Эффективная процентная ставка

Тема. Доходность по вкладу. Эффективная ставка.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия:

- Открытие нового: что такое доходность и эффективная ставка.
- Производить расчёты по вкладам по разным схемам начисления процентов.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Рассчитать доход по вкладу (в рублях и процентах) «Управляй» на 100 000 на один год с ежемесячным начислением процентов **по схеме простых процентов** с номинальной ставкой 6% годовых.

СПОСОБ I

№ п/п	Дата	Сумма вклада, руб.	Сумма начисленных процентов, руб.	Сумма вклада после начисления процентов, руб.
0	01.02.2021	100 000,00		
1	01.03.2021	100 000,00	500,00	100 500,00
2	01.04.2021	100 500,00	500,00	101 000,00
3	01.05.2021	101 000,00	500,00	101 500,00
4	01.06.2021	101 500,00	500,00	102 000,00
5	01.07.2021	102 000,00	500,00	102 500,00
6	01.08.2021	102 500,00	500,00	103 000,00
7	01.09.2021	103 000,00	500,00	103 500,00
8	01.10.2021	103 500,00	500,00	104 000,00
9	01.11.2021	104 000,00	500,00	104 500,00
10	01.12.2021	104 500,00	500,00	105 000,00
11	01.01.2022	105 000,00	500,00	105 500,00
12	01.02.2022	105 500,00	500,00	106 000,00

Сумма вклада при открытии составляет: 100 000 руб.

Период 1 год или 12 месяцев.

Сколько раз будут начислены проценты? 12 раз

Процентная ставка 6% годовых или 0,5% в месяц (=6%/12)

Какая сумма будет на вкладе через год? 106 000 руб.

Какой получают доход по вкладу в рублях? 6 000 руб.

Какой получают доход по вкладу в процентах? 6% (=6 000 / 100 000 * 100%)

Ответ: 6 000 рублей или 6%.

СПОСОБ II

$S_n = S_0 \times \left(1 + n \times \frac{p}{100}\right)$	$S_n = s_0 \times \left(1 + n \times \frac{r}{12 \times 100}\right)$
где, S_0 – первоначальная сумма вклада; $p\%$ – банк обязуется выплачивать вкладчику за каждый период; n – количество раз начисленных процентов; S_n – сумма на вкладе на конец n-ого периода.	где, S_0 – первоначальная сумма вклада; $r\%$ – годовая процентная ставка; n – количество раз начисленных процентов; S_n – сумма на вкладе на конец n-ого периода.

$$S_n = 100\,000 \times \left(1 + 12 \times \frac{6}{12 \times 100}\right) = 100\,000 \times 1,06 = 106\,000$$

Какая сумма будет на вкладе через год? 106 000 руб.

Какой получат доход по вкладу в рублях? 6 000 руб.

Какой получат доход по вкладу в процентах? 6% (=6 000 / 100 000 * 100%)

Ответ: 6 000 рублей или 6%.

Задание 2

Рассчитать доход по вкладу (в рублях и процентах) «Управляй» на 100 000 на один год с ежемесячным начислением процентов **по схеме сложных процентов** с номинальной ставкой 6% годовых.

№ п/п	Дата	Сумма вклада, руб.	Сумма начисленных процентов, руб.	Сумма вклада после начисления процентов, руб.
0	01.02.2021	100 000,00		
1	01.03.2021	100 000,00	500,00	100 500,00
2	01.04.2021	100 500,00	502,50	101 002,50
3	01.05.2021	101 002,50	505,01	101 507,51
4	01.06.2021	101 507,51	507,54	102 015,05
5	01.07.2021	102 015,05	510,08	102 525,13
6	01.08.2021	102 525,13	512,63	103 037,75
7	01.09.2021	103 037,75	515,19	103 552,94
8	01.10.2021	103 552,94	517,76	104 070,70
9	01.11.2021	104 070,70	520,35	104 591,06
10	01.12.2021	104 591,06	522,96	105 114,01
11	01.01.2022	105 114,01	525,57	105 639,58
12	01.02.2022	105 639,58	528,20	106 167,78

Сумма вклада при открытии составляет: 100 000 руб.

Период 1 год или 12 месяцев.

Сколько раз будут начислены проценты? 12 раз

Процентная ставка 6% годовых или 0,5% в месяц (=6%/12)

Какая сумма будет на вкладе через год? 106 167,78 руб.

Какой получат доход по вкладу в рублях? 6 167,78 руб.

Какой получат доход по вкладу в процентах? 6,17% (=6 167,78 / 100 000 * 100%)

Ответ: 6 167,78 рублей или 6,17%.

СПОСОБ II

$S_n = S_0 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	$S_n = S_0 \times \left(1 + \frac{r}{12 \times 100}\right)^n$
где, S_0 – первоначальная сумма вклада; $p\%$ - банк обязуется выплачивать вкладчику за каждый период; n – количество раз начисленных процентов; S_n – сумма на вкладе на конец n-ого периода.	где, S_0 – первоначальная сумма вклада; $r\%$ - годовая процентная ставка; n – количество раз начисленных процентов; S_n – сумма на вкладе на конец n-ого периода.

$$S_n = 100\,000 \times \left(1 + \frac{6}{12 \times 100}\right)^{12} = 100\,000 \times (1,005)^{12} \approx 100\,000 \times 1,0616778 \dots \approx 106\,167,78$$

Какая сумма будет на вкладе через год? 106 167,78 руб.

Какой получат доход по вкладу в рублях? 6 167,78 руб.

Какой получат доход по вкладу в процентах? 6,17% ($= 6\,167,78 / 100\,000 * 100\%$)

Ответ: 6 167,78 рублей или 6,17%.

Анализ результатов в задании 1 и 2

Рассчитать доход по вкладу (в рублях и процентах) «Управляй» на 100 000 на один год с ежемесячным причислением процентов:

1. по схеме простых процентов

2. по схеме сложных процентов

с номинальной ставкой 6% годовых.

ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ	СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ
$S_n = S_0 \times (1 + n \times \frac{r}{12 \times 100})$	$S_n = S_0 \times (1 + \frac{r}{12 \times 100})^n$
де, S_0 – первоначальная сумма вклада; $r\%$ - годовая процентная ставка; n – количество раз начисленных процентов; S_n – сумма на вкладе на конец n -ого периода.	
Какая сумма будет на вкладе через год?	
106 000,00	106 167,78
Какой получат доход по вкладу в рублях?	
6 000,00	6 167,78
Какой получат доход по вкладу в процентах?	
6,00%	6,17%

Вывод доходность по вкладам разная.

Эффективная ставка по вкладу

Эффективная ставка – это ставка по вкладу, позволяющая оценить реальный доход, который вкладчик получит от размещения средств в банке.

Какой получат доход по вкладу в рублях?	
ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ	СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ
6 000,00	6 167,78
В схеме начисления простых процентов, эффективная ставка равна номинальной ставке, то есть той, которой банк указывает в информации о депозите.	В схеме начисления сложных процентов происходит капитализация процентов, эффективная ставка немного превышает номинальную ставку, то есть ту, которую банк указывает в информации о депозите.

Благодаря эффективной ставке вкладчик может сравнить реальную выгоду, которую он получит от размещения денег в разных банках.

Формула расчета эффективной процентной ставки по вкладу

$$r_3 = (1 + \frac{r}{100 n})^{n \times m} - 1$$

где, r_3 – эффективная ставка по вкладу;

r – номинальная ставка, которая обычно указана в договоре;

n – количество интервалов капитализации относительно ее периодичности;

m – количество повторений интервалов.

Проще говоря, это отношение полученной суммы к первоначально инвестированной сумме.

СПОСОБ III

Рассчитать эффективную ставку по вкладу «Управляй» на 100 000 на один год с ежемесячным начислением процентов по схеме сложных процентов с номинальной ставкой 6%.

Решение

$$r_3 = \left(1 + \frac{6}{100 \times 12}\right)^{12 \times 1} - 1$$

$$r_3 = (1 + 0,005)^{12} - 1$$

$$r_3 \approx 1,0616778 \dots - 1$$

$$r_3 \approx 0,0616778$$

$$0,0616778 \times 100\% = 6,17\%$$

Если внести на вклад 100 000 рублей на один год с капитализацией процентов ежемесячно (сложные проценты), то эффективная ставка составит 6,17%, что на 0,17% больше номинальной ставки.

Ответ: 6,17%

Цифровые продукты: <https://investor100.ru/kalkulyator-vkladov/>

Сумма к получению	Эффективная процентная ставка	Результаты в Excel
106656.50	6.180%	СКАЧАТЬ

График платежей по вкладу

Дата	Номер дня	Проценты в валюте вклада	Налогооблагаемый доход	Ставка налога	Сумма налога	Доход за вычетом налогов	Курс ЦБ	Налогооблагаемый доход в Руб	Сумма налога в РУБ
28.2.2021	27	443,84	0	35	0	443,84	1	0	0
31.3.2021	58	511,85	0	35	0	511,85	1	0	0
30.4.2021	88	497,86	0	35	0	497,86	1	0	0
31.5.2021	119	517	0	35	0	517	1	0	0
30.6.2021	149	502,87	0	35	0	502,87	1	0	0
31.7.2021	180	522,19	0	35	0	522,19	1	0	0
31.8.2021	211	524,85	0	35	0	524,85	1	0	0
30.9.2021	241	510,51	0	35	0	510,51	1	0	0
31.10.2021	272	530,13	0	35	0	530,13	1	0	0
30.11.2021	302	515,64	0	35	0	515,64	1	0	0
31.12.2021	333	535,46	0	35	0	535,46	1	0	0
31.1.2022	364	538,19	0	35	0	538,19	1	0	0
28.2.2022	392	488,58	0	35	0	488,58	1	0	0
1.3.2022	393	17,53	0	35	0	17,53	1	0	0
ИТОГО		6 656,5							

Пример задачи, представленной на олимпиаде

Задание

Александра Ивановна хочет положить свои накопления (в размере 2млн.руб.) в банк сроком на полтора года (для упрощения расчетов примем, что в году 360 дней). Она рассматривает только следующие предложения банков:

Банк	Сумма (руб.)	Срок вклада, дней	Ставка, % годовых Полный срок	Ставка, % годовых При досрочном расторжении*	Капитализация / Автопродлонгация**
Банк А	не менее 1000, но не более 10000000	540	За первые 100 дней: 10%, за следующие 100 дней: 8%, оставшиеся дни: 6%	до 300 дней 0,1%, с 301 дня 6%	Нет / нет
Банк Б	от 10 000	600	8%	0,1%	Нет / нет
Банк В	не более 500 000	540	7,5%	0,1%	Ежемесячно / нет

Решение:

Банк	Эффективная ставка, % годовых
Банк А	$10 \cdot (100/540) + 8 \cdot (100/540) + 6 \cdot (340/540) \approx 7,11 \%$ (рассчитывается по периодам, т.к. нет капитализации)
Банк Б	8,00% (равна номинальной, т.к. нет капитализации)
Банк В	$((1 + 7,5/100/12)^{12} - 1) \cdot 100 \approx 7,76 \%$

Ответ:

эффективная процентная ставка по вкладу составляет:

- Банк А - 7,11%;
- Банк Б - 8,00%;
- Банк В – 7,76%.

Домашнее задание

1. Найти в открытых источниках формулы расчета по вкладам. Указать источники информации. Подготовить мини доклад.
2. Придумать две задачи (простые и сложные проценты) аналогичные тем, которые мы решали. Решить ТРЕМЯ способами.
3. По придуманным задачам произвести расчеты на сайте <https://investor100.ru/kalkulyator-vkladov/>. Проанализировать полученные результаты.

2.6. Занятие 6. Учет инфляции при определении доходности вложений. Реальная ставка по вкладу.

Тема. Учет инфляции при определении доходности вложений. Реальная ставка по вкладу.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия:

- Открытие нового: что такое инфляция и учет ее при определении доходности вложений.
- Производить расчёты по определению доходности вклада с учетом инфляции;
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

При определении реальной доходности инвестиций пользуются формулой Фишера:

$r_p = \frac{1+r_n}{1+i} - 1$	или	$r_n = r_p + i + r_p \times i$
где, r_p - реальная процентная ставка r_n - номинальная процентная ставка i - инфляция (коэффициент)		

В свою очередь рост инфляции предполагает рост номинальной процентной ставки. Номинальная процентная ставка отражает только текущую прибыль от вкладов без учета инфляции.

Задания

Задание 1.1. Определить номинальную ставку процентов для финансовой операции, если реальная процентная ставка должна составлять 7% годовых, а годовой уровень инфляции составляет 22%.

Задание 1.2. Клиент вкладывает в банк на год 20 тыс. руб., инфляция составляет 18%. Клиент хочет, чтобы его вклад принес 6% годовых дохода. Под какой процент клиент должен сделать вклад?

Задание 2.1. Вклады принимают под 6%. Какова их реальная доходность при инфляции 18%?

Задание 2.2. Вклады принимают под 14%. Какова их реальная доходность при инфляции 11%?

Задание 3. Клиент вкладывает в банк на год 20 тыс. р. под 6% годовых, инфляция составляет 18%. Какой результат получит вкладчик от данной операции?

Задание №1.1

Определить номинальную ставку процентов для финансовой операции, если реальная процентная ставка должна составлять 7% годовых, а годовой уровень инфляции составляет 22%.

Решение: $r_n = r_p + i + r_p \times i$,

т.о. $0,07 + 0,22 + 0,07 \times 0,22 = 0,3054$.

Номинальная ставка составляет 30,54% при реальной ставке 7%.

Ответ: 30,54%.

Задание №1.2

Клиент вкладывает в банк на год 20 тыс. руб., инфляция составляет 18%. Клиент хочет, чтобы его вклад принес 6% годовых дохода. Под какой процент клиент должен сделать вклад?

Решение: $r_n = r_p + i + r_p \times i$,

т.о. $0,06 + 0,18 + 0,06 \times 0,18 = 0,2508$.

Чтобы получить годовой доход в размере 6% годовых, ставка по кредиту с учетом инфляции должна быть не менее 25,08%.

Ответ: 25,08%.

Задание №2.1

Вклады принимают под 6%. Какова их реальная доходность при инфляции 18%?

Решение: $r_p = \frac{r_n - i}{1 + i}$,

т.о. $r_p = \frac{0,06 - 0,18}{1 + 0,18} = -0,10169$

Реальная доходность составит -10,169%.

Ответ: -10,169%.

Задание №2.2

Вклады принимают под 14%. Какова их реальная доходность при инфляции 11%?

Решение: $r_p = \frac{r_n - i}{1 + i}$,

т.о. $r_p = \frac{0,14 - 0,11}{1 + 0,11} = 0,027$

Реальная доходность составит 2,7%.

Ответ: 2,7%.

Задание №3

Клиент вкладывает в банк на год 20 тыс. р. под 6% годовых, инфляция составляет 18%. Какой результат получит вкладчик от данной операции?

Решение:

1) Сумма вклада на конец периода с учетом начисленных процентов:

$20\,000 \times (1 + 0,06) = 21\,200$ (руб.), т.е. начислены проценты в размере 1 200 руб.

2) Реальный доход составляет: $21\,200 / (1 + 0,18) = 17\,966,1$ (руб.)

3) Реальные проценты: $17\,966,1 - 20\,000 = -2\,033,9$ (руб.)

Или реальная доходность составит -10,169% (см. задание 2.1), что составляет:

$-2\,033,9 = 20\,000 \times (-0,10169)$

Ответ: номинально клиент получает 1 200 руб. дополнительно к своим 20 тыс. руб. Однако обесценивание денег в результате инфляции приводит к тому, что реальная ценность полученной суммы **меньше** вложенной на 2 033,9 р.

При этом если вкладчик хочет получить реальный доход в размере 6%, то номинальная ставка должна составлять 25,08% (см. задание 1.2)

3. Модуль II. «Кредиты»

В данном модуле представлены следующие уроки по теме «Кредиты»:

1. Вводное занятие. Банковские услуги. Кредит. График платежей по кредиту
2. Три основные схемы погашения кредита.
3. Анализ трех основных схем погашения кредита
4. Составление графика погашения кредита. Решение задач
5. Составление графика погашения кредита. Решение задач
6. Составление графика погашения кредита. Решение задач
7. Дифференцированные платежи. Решение задач
8. Дифференцированные платежи. Задача в общем виде
9. Аннуитетные платежи. Решение задач
10. Аннуитетные платежи. Задача в общем виде
11. Различные условия кредитования

Основные понятия и определения: банк, заемщик, кредит, кредитор, взаимоотношения банк-заемщик, дата погашения кредита, дата начисления процентов, период начисления процентов, проценты, процентные деньги, сумма кредита, основная сумма долга, оставшаяся сумма основного долга, период кредитования, процентная ставка, начисляемые проценты, полная выплата в период, выплата суммы основного долга, выплата процентов по кредиту в период, переплата по кредиту, простые проценты, сложные проценты, выручка, авансовые платежи, дифференцированные платежи, шаровой платеж, аннуитетные платежи, рефинансирование и пр.

Цель занятий. Сформировать понимание о кредитах. Научить формировать (рассчитывать) график погашения кредита с заданными условиями, по схеме выплат дифференцированными и аннуитетными платежами, а также формулировать возможные вопросы об условиях договора о кредите и отвечать на них.

Задача занятия:

- научить осуществлять несложные экономические расчеты – формирование графика платежей по кредиту с разными схемами выплаты кредита;
- выявить связи экономических расчетов и тем изучаемых на уроках математики в школе: простые проценты – арифметическая прогрессия; сложные проценты – геометрическая прогрессия;
- вывести формулы для расчетов с разными схемами начисления процентов: дифференцированные и аннуитетные платежи;
- научить решать задачи методом «двух карманов», и описательным методом.

Таблица 5. Вопросы, встречающиеся в задачах на кредиты

№ п/п	Различные условия выплаты суммы основного долга и прочие условия	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
	Условия выплаты суммы основного долга заданы в задачах	Сумма основного долга выплачивается равными платежами (равномерно)	Кредит выплачивается равными платежами (полные выплаты в период равны)
1	Определить сумму кредита (в том числе: наибольшую или наименьшую)	----	Определить сумму кредита
2	----	Определить полную выплату в период (платеж в период, который должен выплатить)	Определить полную выплату в период (платеж в период, который должен выплатить заемщик)

№ п/п	Различные условия выплаты суммы основного долга и прочие условия	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
	Условия выплаты суммы основного долга заданы в задачах	Сумма основного долга выплачивается равными платежами (равномерно)	Кредит выплачивается равными платежами (полные выплаты в период равны)
		заемщик), в том числе: наибольший или наименьший	
3	Определить полную выплату за весь период кредитования, в рублях или в %	Определить полную выплату за весь период кредитования, в рублях или в %	Определить полную выплату за весь период кредитования
4	----	Определить период кредитования	Определить период кредитования
5	Определить начисляемые проценты в период	Определить начисляемые проценты в период (в том числе: наибольшую или наименьшую процентную ставку)	Определить начисляемые проценты в период
6	----	----	Задачи на анализ условий кредитования
7	Определить переплату за весь срок кредитования, в рублях и %	Определить переплату за весь срок кредитования, в рублях и %	----
8	Определить сумму долга в заданный период (оставшуюся сумму кредита, сумму долга)	----	----
9	Определить сумму выплаченную банку в заданный период	----	----

Задачи на кредиты, представленные в открытом банке заданий, можно решать с помощью составления графика платежей. Алгоритмы составления графика платежей с разными условиями выплаты представлены далее.

3.1.Занятие 7. Вводное занятие. Банковские услуги. Кредит. График платежей по кредиту

Тема. Вводное занятие. Банковские услуги. Кредит. График платежей по кредиту.

Цель занятия. Научить читать график платежей по кредиту, а также формулировать возможные вопросы об условиях кредитования и отвечать на них.

Задача занятия. Научить задавать вопросы по кредиту, понимать главные параметры и др.

Ход урока

"Гражданский кодекс Российской Федерации (часть вторая)" от 26.01.1996 N 14-ФЗ (ред. от 18.03.2019, с изм. от 03.07.2019) ГК РФ Глава 42. Заем и кредит

По кредитному договору банк или иная кредитная организация (кредитор) обязуются предоставить денежные средства (кредит) заемщику в размере и на условиях, предусмотренных договором, а заемщик обязуется возвратить полученную денежную сумму и уплатить проценты за пользование ею, а также предусмотренные кредитным договором иные платежи, в том числе связанные с предоставлением кредита.

Проценты по кредиту – это плата за пользование денежными средствами.

Нормативно-правовые акты

Федеральный закон "О потребительском кредите (займе)" от 21.12.2013 N 353-ФЗ (последняя редакция)

Федеральный закон "Об ипотеке (залоге недвижимости)" от 16.07.1998 N 102-ФЗ (последняя редакция)

Федеральный закон от 30.12.2004 N 218-ФЗ (ред. от 02.08.2019) "О кредитных историях"

Способы начисления процентов по кредитам

Согласно условиям договора, кредит может погашаться аннуитетными и дифференцированными платежами.

Так, в соответствии с аннуитетным порядком погашения кредита он подлежит возврату путем ежемесячной уплаты заемщиком фиксированной денежной суммы, которая в первую очередь включает полный платеж по процентам, начисляемым на остаток основного долга, а также часть самого кредита, рассчитываемую таким образом, чтобы все ежемесячные платежи были равными.

Дифференцированный способ погашения кредита предполагает уплату платежей, не одинаковых на протяжении срока кредитования, включающих твердую сумму, составляющую часть основного долга, и процентов сверх нее.

Кредит — это, по сути, вклад наоборот: не банк занимает у вас и платит за это процент, а вы занимаете у банка.

Виды кредитов для физических лиц:

- потребительский целевой кредит;
- кредит на неотложные нужды;
- автокредит;
- ипотека;

- кредит на развитие бизнеса;
- образовательный кредит;
- кредитная карта и др.

Кредит – предоставление банком денег во временное пользование на условиях платности, возвратности, обеспеченности (не является обязательным условием) на определенный срок.

Потребительский кредит – кредит, предоставленный банком физическому лицу на приобретение товаров (работ, услуг) для удовлетворения личных, бытовых и иных нужд, не связанных с осуществлением предпринимательской деятельности.

Процентная ставка по кредиту – процент, который составляет плата за пользование кредитом от суммы кредита за конкретный период (год, месяц, день).

Полная стоимость кредита – все платежи заёмщика по кредиту в дополнение к сумме основной задолженности и сумме по процентам.

Переплата по кредиту – сумма в рублях, которую заёмщик должен переплатить банку сверх того, что получил от него в качестве кредита за весь срок его действия.

Обеспечение – материальные ценности, наличие которых у заёмщика гарантирует возможность возвращения долга.

Автокредит – кредит для физических лиц на покупку транспортного средства с одновременным его использованием в качестве залога.

Ипотечный кредит (в просторечии «ипотека») – долгосрочный кредит, предоставляемый юридическому или физическому лицу банками под залог недвижимости: земли, производственных и жилых зданий, помещений, сооружений.

Кредитная карта – электронное средство платежа за счёт банка в пределах лимита, позволяющего получить краткосрочный кредит, отсрочку платежа.

Дифференцированный платеж – способ погашения кредита, при котором заемщик выплачивает сумму основного долга кредита равными долями, а проценты начисляются лишь на остаток задолженности.

Аннуитетный платеж – вариант ежемесячного платежа по кредиту, когда размер ежемесячного платежа остается постоянным на всем периоде кредитования.

Кредит — это договор между заёмщиком и банком. Правоотношения, возникающие в процессе получения кредита, регулируются статьёй 42 Гражданского кодекса РФ. По кодексу кредит — это обязательство, в силу которого заёмщик обязан уплатить кредитору деньги, а кредитор имеет право требовать от должника исполнения этой обязанности.

Кредитный договор включает в себя основные параметры:

- Сумма кредита (сумма основного долга);
- Период кредитования (срок кредитования);
- Процентная ставка;
- Условия выплаты суммы основного долга и др.

Реальный график платежей и его анализ³

Сумма кредита = _____. Период _____. Процентная ставка _____ в месяц.

График платежей на 20.03.2015

Валюта: 810

Заемщик: Иванов Иван Иванович

Кредитный договор: №623/51-002787

№	Дата	Начальный баланс	В т.ч. Кредит	В т.ч. Проценты	Платеж (ОД+проценты)	Конечный баланс
1	2	3	4	5	6	7
	20.03.2015	999 990,00	0,00	0,00	0,00	999 990,00
1	20.04.2015	999 990,00	23 214,10	9 999,90	33 214,00	976 775,90
2	20.05.2015	976 775,90	23 446,24	9 767,76	33 214,00	953 329,66
3	20.06.2015	953 329,66	23 680,70	9 533,30	33 214,00	929 648,96
4	20.07.2015	929 648,96	23 917,51	9 296,49	33 214,00	905 731,45
5	20.08.2015	905 731,45	24 156,68	9 057,32	33 214,00	881 574,77
6	20.09.2015	881 574,77	24 398,25	8 815,75	33 214,00	857 176,52
7	20.10.2015	857 176,52	24 642,23	8 571,77	33 214,00	832 534,29
8	20.11.2015	832 534,29	24 888,65	8 325,35	33 214,00	807 645,64
9	20.12.2015	807 645,64	25 137,54	8 076,46	33 214,00	782 508,10
10	20.01.2016	782 508,10	25 388,91	7 825,09	33 214,00	757 119,19
11	20.02.2016	757 119,19	25 642,80	7 571,20	33 214,00	731 476,39
12	20.03.2016	731 476,39	25 899,23	7 314,77	33 214,00	705 577,16
13	20.04.2016	705 577,16	26 158,22	7 055,78	33 214,00	679 418,94
14	20.05.2016	679 418,94	26 419,81	6 794,19	33 214,00	652 999,13
15	20.06.2016	652 999,13	26 684,00	6 530,00	33 214,00	626 315,13
16	20.07.2016	626 315,13	26 950,84	6 263,16	33 214,00	599 364,29
17	20.08.2016	599 364,29	27 220,35	5 993,65	33 214,00	572 143,94
18	20.09.2016	572 143,94	27 492,56	5 721,44	33 214,00	544 651,38
19	20.10.2016	544 651,38	27 767,48	5 446,52	33 214,00	516 883,90
20	20.11.2016	516 883,90	28 045,16	5 168,84	33 214,00	488 838,74
21	20.12.2016	488 838,74	28 325,61	4 888,39	33 214,00	460 513,13
22	20.01.2017	460 513,13	28 608,86	4 605,14	33 214,00	431 904,27
23	20.02.2017	431 904,27	28 894,95	4 319,05	33 214,00	403 009,32
24	20.03.2017	403 009,32	29 183,90	4 030,10	33 214,00	373 825,42
25	20.04.2017	373 825,42	29 475,74	3 738,26	33 214,00	344 349,68
26	20.05.2017	344 349,68	29 770,50	3 443,50	33 214,00	314 579,18
27	20.06.2017	314 579,18	30 068,20	3 145,80	33 214,00	284 510,98
28	20.07.2017	284 510,98	30 368,89	2 845,11	33 214,00	254 142,09
29	20.08.2017	254 142,09	30 672,57	2 541,43	33 214,00	223 469,52
30	20.09.2017	223 469,52	30 979,30	2 234,70	33 214,00	192 490,22
31	20.10.2017	192 490,22	31 289,09	1 924,91	33 214,00	161 201,13
32	20.11.2017	161 201,13	31 601,98	1 612,02	33 214,00	129 599,15
33	20.12.2017	129 599,15	31 918,00	1 296,00	33 214,00	97 681,15
34	20.01.2018	97 681,15	32 237,18	976,82	33 214,00	65 443,97
35	20.02.2018	65 443,97	32 559,56	654,44	33 214,00	32 884,41
36	20.03.2018	32 884,41	32 884,41	328,85	33 213,26	0,00
		ИТОГО	999 990,00	195 713,26	1 195 703,26	

³ Имеется погрешность в вычислениях...из-за расчетов в xls

Наименование	Заданный график платежей
Сумма кредита = Сумме основного долга банку, руб.	999 990,00
Срок кредитования (период кредитования: месяц, квартал, год и пр.), месяцев	36
Процентная ставка за период, %	1
Сумма выплаты по кредиту, руб.	1 195 703,26
Сумма выплаты по кредиту, %	119,57
Сумма выплаченных процентов (переплата), руб.	195 713,26
Сумма выплаченных процентов (переплата), %	19,57
Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма уплаченных процентов, %	19,57
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, %	119,57

Какую сумму выплатит банку заемщик (руб.)

1	за 2015 г	298 926,00	Первый год кредитования	398 568,00
2	за 2016 г	398 568,00	Второй год кредитования	398 568,00
3	за 2017 г.	398 568,00	Третий год кредитования	398 567,26
4	за 2018 г.	99 641,26		
	Итого	1 195 703,26		1 195 703,26

Какую сумму основного долга выплатит банку заемщик (руб.)

1	за 2015 г	217 481,90	Первый год кредитования	294 412,84
2	за 2016 г	321 994,97	Второй год кредитования	331 751,74
3	за 2017 г.	362 831,98	Третий год кредитования	373 825,42
4	за 2018 г.	97 681,15		
	Итого	999 990,00		999 990,00

Какую сумму процентов выплатит банку заемщик (руб.)

1	за 2015 г	81 444,10	Первый год кредитования	104 155,16
2	за 2016 г	76 573,03	Второй год кредитования	66 816,26
3	за 2017 г.	35 736,02	Третий год кредитования	24 741,84
4	за 2018 г.	1 960,11		
	Итого	195 713,26		195 713,26

Остаток суммы основного долга на начало каждого календарного года

На начало 2016 года - 782 508,10

На начало 2017 года - 460 513,13

На начало 2018 года - 97 681,15

Остаток суммы основного долга на конец каждого календарного года

На конец 2015 года - 782 508,10

На конец 2016 года - 460 513,13

На конец 2017 года - 97 681,15

На конец 2018 года - 0

3.2. Занятие 8. Три основные схемы погашения кредита

Тема. Три основные схемы погашения кредита.

Цель занятия. Научить формировать (рассчитывать) графики платежей по кредиту с заданными условиями, а также формулировать возможные вопросы об условиях кредитования и отвечать на них.

Задача занятия. Научить осуществлять несложные экономические расчеты – формирование графика платежей по кредиту с разными схемами выплаты кредита.

Ход урока

Составить графики платежей по кредиту с заданными условиями (задачи №№ 1, 2, 3). Проанализировать структуру платежей. Ответить на вопросы:

1) Какую схему выгоднее выбрать Заемщику?

2) Какая схема выгоднее для Банка?

Задача 1. Составить графики платежей:

заданы условия кредитования (изменение суммы основного долга)

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. При этом в конце каждого месяца оставшаяся сумма основного долга должна составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Январь 2019	Февраль 2019	Март 2019	Апрель 2019	Май 2019
Долг (в млн рублей)	432 000,00	360 000,00	300 000,00	250 000,00	0

Заданный график платежей				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	(6) 1 342 000,00	432 000,00 (1)	(10) 268 400,00	(15) 700 400,00
2	(7) 910 000,00	360 000,00 (2)	(11) 182 000,00	(16) 542 000,00
3	(8) 550 000,00	300 000,00 (3)	(12) 110 000,00	(17) 410 000,00
4	(9) 250 000,00=	=250 000,00 (4)	(13) 50 000,00	(18) 300 000,00
ИТОГО		1 342 000,00 (5)	(14) 610 400,00	(19) 1 952 400,00

1) Заполняют столбец №3 – из условия задачи (1), (2), (3), (4), (5)=(6)

2) Заполняют столбец №1 по схеме: «было-выплатили-осталось»

$1\,342\,000,00 - 432\,000,00 = 910\,000,00$ (руб.) (7)

$910\,000,00 - 360\,000,00 = 550\,000,00$ (руб.) (8)

$550\,000,00 - 300\,000,00 = 250\,000,00$ (руб.) (9)

Проверка (9)=(4)

3) Заполняют столбец №4 по схеме: «Проценты начисляются на оставшуюся сумму основного долга»

$1\,342\,000,00 \cdot 0,2 = 268\,400,00$ (руб.) (10) $910\,000,00 \cdot 0,2 = 182\,000,00$ (руб.) (11)

$550\,000,00 \cdot 0,2 = 110\,000,00$ (руб.) (12) $250\,000,00 \cdot 0,2 = 50\,000,00$ (руб.) (13)

$268\,400,00 + 182\,000,00 + 110\,000,00 + 50\,000,00 = 610\,400,00$ (руб.) (14)

4) Заполняют столбец №5 по схеме:

Полная выплата за период =				
= Выплата суммы основного долга в период + Выплата процентов в период				
(15)	700 400,00 =	432 000,00+268 400,00	(16)	542 000,00=360 000,00+182 000,00
(17)	410 000,00=	300 000,00+110 000,00	(18)	300 000,00=250 000,00+50 000,00
(19)	1 952 400,00=	700 400,00+542 000,00+410 000,00+300 000,00		

Задача 2. Составить графики платежей: дифференцированные платежи

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. Схема погашения кредита ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫМИ ПЛАТЕЖАМИ

Дифференцированные платежи - сумма долга каждый период уменьшается равномерно, то есть на одну и ту же величину.

Дифференцированные платежи				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	(1) 1 342 000,00	335 500,00 (2)	(10) 268 400,00	(15) 603 900,00
2	(7) 1 006 500,00	335 500,00 (3)	(11) 201 300,00	(16) 536 800,00
3	(8) 671 000,00	335 500,00 (4)	(12) 134 200,00	(17) 469 700,00
4	(9) 335 500,00=	=335 500,00 (5)	(13) 67 100,00	(18) 402 600,00
ИТОГО		1 342 000,00 (6)	(14) 671 000,00	(19) 2 013 000,00

1) Заполняют столбец №3. По условию задачи рассчитываем какую сумму основного долга будет выплачивать заемщик в каждый период: $1\,342\,000,00/4=335\,500,00$ (руб.)

2) Заполняют столбец №2. По схеме: «было-выплатили-осталось»

$$1\,342\,000,00 - 335\,500,00 = 1\,006\,500,00 \text{ (руб.) (7)}$$

$$1\,006\,500,00 - 335\,500,00 = 671\,000,00 \text{ (руб.) (8)}$$

$$671\,000,00 - 335\,500,00 = 335\,500,00 \text{ (руб.) (9)}$$

3) Заполняют столбец №4 по схеме: «Проценты начисляются на оставшуюся сумму основного долга»

$$1\,342\,000,00 \cdot 0,2 = 268\,400,00 \text{ (руб.) (10)} \quad 1\,006\,500,00 \cdot 0,2 = 201\,300,00 \text{ (руб.) (11)}$$

$$671\,000,00 \cdot 0,2 = 134\,200,00 \text{ (руб.) (12)} \quad 335\,500,00 \cdot 0,2 = 67\,100,00 \text{ (руб.) (13)}$$

$$268\,400,00 + 201\,300,00 + 134\,200,00 + 67\,100,00 = 671\,000,00 \text{ (руб.) (14)}$$

4) Заполняют столбец №5 по схеме:

Полная выплата за период =				
= Выплата суммы основного долга в период + Выплата процентов в период				
(15)	603 900,00 =	335 500,00 +268 400,00	(16)	536 800,00=335 500,00 +201 300,00
(17)	469 700,00=	335 500,00 +134 200,00	(18)	402 600,00=335 500,00 +67 100,00
(19)	2 013 000,00=	603 900,00 +536 800,00+469 700,00+402 600,00		

Задача 3. Составить графики платежей: аннуитетные платежи

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. Схема погашения кредита АННУИТЕТНЫМИ ПЛАТЕЖАМИ, в данной задаче ежемесячный платеж составляет 518 400 руб.

Аннуитетные платежи – долг выплачивается равными платежами (полные выплаты в период равны, под долгом и полными выплатами в период понимается сумма выплаты основного кредита в период и выплаты процентов за пользование кредитом в период).

Аннуитетные платежи				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 342 000,00 (1)	250 000,00 (8)	268 400,00 (7)	518 400,00 (2)
2	1 092 000,00 (9)	300 000,00 (11)	218 400,00 (10)	518 400,00 (3)
3	792 000,00 (12)	360 000,00 (14)	158 400,00 (13)	518 400,00 (4)
4	(15) 432 000,00=	=432 000,00 (17)	86 400,00 (16)	518 400,00 (5)
ИТОГО		1 342 000,00 (18)	731 600,00 (19)	2 073 600,00 (6)

Действия по заполнению таблицы и составлению графика платежей по кредиту:

1) Вписывают сумму кредита (1);

2) зная ежемесячный платеж 518 400 руб. заполняют столбец №5 (2) (3) (4) (5);

3) рассчитывают полную выплату по кредиту $518\,400 \cdot 4 = 2\,073\,600,00$ (руб.) (6);

4) рассчитывают выплату процентов за первый период $1\,342\,000 \cdot 0,02 = 268\,400,00$ (руб.) (7);

5) рассчитывают выплату основного долга в конце первого месяца $518\,400,00 - 268\,400,00 = 250\,000,00$ (руб.) (8);

6) рассчитывают оставшуюся сумму основного долга на начало и конец второго периода:
 $1\,342\,000,00 - 250\,000,00 = 1\,092\,000,00$ (руб.) (9);

7) рассчитывают выплату процентов за второй период $1\,092\,000 \cdot 0,02 = 218\,400,00$ (руб.) (10);

8) рассчитывают выплату основного долга в конце второго месяца $518\,400,00 - 218\,400,00 = 300\,000,00$ (руб.) (11);

9) рассчитывают оставшуюся сумму основного долга на начало и конец второго периода:
 $1\,092\,000,00 - 300\,000,00 = 792\,000,00$ (руб.) (12);

10) рассчитывают выплату процентов за третий период $792\,000 \cdot 0,02 = 158\,400,00$ (руб.) (13);

11) рассчитывают выплату основного долга в конце второго месяца $518\,400,00 - 158\,400,00 = 360\,000,00$ (руб.) (14);

12) рассчитывают оставшуюся сумму основного долга на начало и конец второго периода:
 $792\,000,00 - 360\,000,00 = 432\,000,00$ (руб.) (15);

13) рассчитывают выплату процентов за третий период $432\,000 \cdot 0,02 = 86\,400,00$ (руб.) (16);

14) рассчитывают выплату основного долга в конце второго месяца $518\,400,00 - 86\,400,00 = 432\,000,00$ (руб.) (17); НА ЭТОМ ЭТАПЕ ПРОВЕРКА, т.к. это последний период выплат по кредиту то гасится вся оставшаяся сумма основного долга (см. таблицу)

15) суммируют все выплаты основного долга и проверяют равна ли сумма этих выплат сумме которую взяли в кредит (18);

16) суммируют все выплаты процентов по кредиту и выполняют проверку: $1\,342\,000,00 + 731\,600,00 = 2\,073\,600,00$ (19)=(6);

3.3. Занятие 9. Анализ трех основных схем погашения кредита

Тема. Анализ трех основных схем погашения кредита.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задача занятия. Формулировать возможные вопросы об условиях договора о кредите и отвечать на них, в том числе выявить различие в трех основных схемах погашения кредита

Ход урока

АНАЛИЗ ПРОИЗВЕДЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Таблица 6. Сводные данные по трем задачам

Наименование	Заданный график платежей	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
Сумма основного долга	Уменьшается неравномерно	Уменьшается равномерно, на одну и ту же величину	Уменьшается неравномерно
Выплата суммы основного долга в период	Уменьшается с начала выплат к концу кредитования (от большей величины к меньшей)	Одинаковые в каждый период	Увеличивается с начала выплат к концу кредитования (от меньшей величины к большей)
Выплата процентов в период, руб.	Уменьшается с каждым периодом, т.к. уменьшается сумма основного долга	Уменьшается с каждым периодом, т.к. уменьшается сумма основного долга	Уменьшается с каждым периодом, т.к. уменьшается сумма основного долга
Полная выплата за период	Уменьшается с каждым периодом: максимальная в первый период, минимальная в последний период	Уменьшается с каждым периодом: максимальная в первый период, минимальная в последний период	Одинаковые в каждый период
Сумма кредита = Сумме основного долга банку, руб.	1 342 000,00	1 342 000,00	1 342 000,00
Срок кредитования (период кредитования: месяц, квартал, год и пр.)	4	4	4
Процентная ставка за период	20% (0,2)	20% (0,2)	20% (0,2)
Сумма выплаты по кредиту, руб.	1 952 400,00	2 013 000,00	2 073 600,00
Сумма выплаты по кредиту, %	145,48%	150,00%	154,52%
Сумма выплаченных процентов (переплата), руб.	610 400,00	671 000,00	731 600,00

Наименование	Заданный график платежей	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
Сумма выплаченных процентов (переплата), %	45,48%	50,00%	54,52%
Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма уплаченных процентов, %	45,48%	50,00%	54,52%
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, %	145,48%	150,00%	154,52%
Какую сумму получит банк в первый период кредитования, руб.	700 400,00	603 900,00	518 400,00
Какую сумму получит банк за первые два периода кредитования, руб.	1 242 400,00	1 140 700,00	1 036 800,00
Какую сумму получит банк за первые три периода кредитования, руб.	1 652 400,00	1 610 400,00	1 555 200,00
Какую сумму получит банк за весь период кредитования, руб.	1 952 400,00	2 013 000,00	2 073 600,00
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за первый период кредитования, руб.	432 000,00	335 500,00	250 000,00
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик в первый период кредитования, %	32,19%	25,00%	18,63%
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за второй период кредитования, руб.	360 000,00	335 500,00	300 000,00
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик во второй период кредитования, %	26,83%	25,00%	22,35%
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за третий период кредитования, руб.	300 000,00	335 500,00	360 000,00

Наименование	Заданный график платежей	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик за третий период кредитования, %	22,35%	25,00%	26,83%
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за четвертый период кредитования, руб.	250 000,00	335 500,00	432 000,00
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик за четвертый период кредитования, %	18,63%	25,00%	32,19%

3.4.Занятие 10. Составление графика погашения кредита. Решение задач

Тема. Составление графика погашения кредита. Решение задач.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия.

- Производить расчёты с использованием составления графика платежей по кредиту.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Сумма кредита = 300 000 руб.

Период кредитования – 21 месяц.

Процентная ставка = 2% (0,02)

Первые 20 месяцев ежемесячные выплаты суммы основного долга одинаковые.

В 21 месяц выплата суммы основного долга составит 100 тысяч рублей.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

1) $(300\,000 - 100\,000):20 = 10\,000$ (руб.) – ежемесячная выплата суммы основного долга в первые 20 месяцев

Составим график погашения кредита

График погашения кредита				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	300 000	10 000	6 000	16 000
2	290 000	10 000	5 800	15 800
3	280 000	10 000	5 600	15 600
4	270 000	10 000	5 400	15 400
5	260 000	10 000	5 200	15 200
6	250 000	10 000	5 000	15 000
7	240 000	10 000	4 800	14 800
8	230 000	10 000	4 600	14 600
9	220 000	10 000	4 400	14 400
10	210 000	10 000	4 200	14 200
11	200 000	10 000	4 000	14 000
12	190 000	10 000	3 800	13 800
13	180 000	10 000	3 600	13 600
14	170 000	10 000	3 400	13 400
15	160 000	10 000	3 200	13 200
16	150 000	10 000	3 000	13 000
17	140 000	10 000	2 800	12 800
18	130 000	10 000	2 600	12 600
19	120 000	10 000	2 400	12 400
20	110 000	10 000	2 200	12 200
21	100 000	100 000	2 000	102 000
ИТОГО		300 000	84 000	? 384 000

ИЛИ

График погашения кредита				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	300 000	10 000	0,02*300 000	
2	290 000	10 000	0,02*290 000	
3	280 000	10 000	0,02*280 000	
4	270 000	10 000	0,02*270 000	
5	260 000	10 000	0,02*260 000	
6	250 000	10 000	0,02*250 000	
7	240 000	10 000	0,02*240 000	
8	230 000	10 000	0,02*230 000	
9	220 000	10 000	0,02*220 000	
10	210 000	10 000	0,02*210 000	
11	200 000	10 000	0,02*200 000	
12	190 000	10 000	0,02*190 000	
13	180 000	10 000	0,02*180 000	
14	170 000	10 000	0,02*170 000	
15	160 000	10 000	0,02*160 000	
16	150 000	10 000	0,02*150 000	
17	140 000	10 000	0,02*140 000	
18	130 000	10 000	0,02*130 000	
19	120 000	10 000	0,02*120 000	
20	110 000	10 000	0,02*110 000	
21	100 000	100 000	0,02*100 000	
ИТОГО		300 000	84 000	? 384 000

$$2) 0,02 \times \left(\frac{100\,000 + 300\,000}{2} \right) \times 21 = 0,02 \times 200\,000 \times 21 = 84\,000$$

ИЛИ

График погашения кредита				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	300 000	10 000	0,02*300 000	
2	300 000 – 1*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 1*10 000)	
3	300 000 – 2*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 2*10 000)	
4	300 000 – 3*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 3*10 000)	
5	300 000 – 4*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 4*10 000)	
6	300 000 – 5*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 5*10 000)	
7	300 000 – 6*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 6*10 000)	
8	300 000 – 7*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 7*10 000)	
9	300 000 – 8*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 8*10 000)	
10	300 000 – 9*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 9*10 000)	
11	300 000 – 10*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 10*10 000)	
12	300 000 – 11*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 11*10 000)	
13	300 000 – 12*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 12*10 000)	
14	300 000 – 13*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 13*10 000)	
15	300 000 – 14*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 14*10 000)	
16	300 000 – 15*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 15*10 000)	
17	300 000 – 16*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 16*10 000)	
18	300 000 – 17*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 17*10 000)	
19	300 000 – 18*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 18*10 000)	
20	300 000 – 19*10 000	10 000	0,02* (300 000 – 19*10 000)	
21	300 000 – 20*10 000	100 000	0,02* (300 000 – 20*10 000)	
ИТОГО		300 000	84 000	? 384 000

$$\begin{aligned}
 2) 0,02 \times (300\,000 \times 21 - 10\,000(1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20)) &= \\
 = 0,02 \times \left(300\,000 \times 21 - 10\,000 \times \frac{1 + 20}{2} \times 20 \right) &= \\
 = 0,02 \times (300\,000 \times 21 - 100\,000 \times 21) &= 0,02 \times 21 \times (300\,000 - 100\,000) = \\
 = 0,02 \times 21 \times 200\,000 &= 84\,000
 \end{aligned}$$

Выплата процентов за период кредитования (переплата) составит 84 000 руб.

Общая сумма выплат после полного погашения кредита 384 000 руб.

Ответ: 384 000 рублей

Задание 2

Сумма кредита = 1 000 000 руб.

Период кредитования – (n+1) месяц.

Процентная ставка = r% ($k = \frac{r}{100}$)

Первые n месяцев ежемесячные выплаты суммы основного долга одинаковые и составляют 40 000 руб.

В (n+1) месяц выплата суммы основного долга составит 200 000 рублей.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

1) Период кредитования: $40 \times n = 1\,000 - 200$, $n = 20$. Период кредитования 21 месяц

Период	Оставшаяся сумма основного долга, тыс. руб.	Выплата суммы основного долга в период, тыс. руб.	Выплата процентов в период, тыс. руб.	Полная выплата за период, тыс. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 000	40		
2	1 000 – 1*40	40		
3	1 000 – 2*40	40		
...
n-1	1 000 – (n-2)*40	40		
n	1 000 – (n-1)*40	40		
n+1	200	200		
ИТОГО		1 000		

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, тыс. руб.	Выплата суммы основного долга в период, тыс. руб.	Выплата процентов в период, тыс. руб.	Полная выплата за период, тыс. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 000	40	$k \times 1\,000$	
2	960	40	$k \times 960$	
3	920	40	$k \times 920$	
4	880	40	$k \times 880$	
5	840	40	$k \times 840$	
6	800	40	$k \times 800$	
7	760	40	$k \times 760$	
8	720	40	$k \times 720$	
9	680	40	$k \times 680$	
10	640	40	$k \times 640$	
11	600	40	$k \times 600$	
12	560	40	$k \times 560$	
13	520	40	$k \times 520$	
14	480	40	$k \times 480$	
15	440	40	$k \times 440$	
16	400	40	$k \times 400$	
17	360	40	$k \times 360$	
18	320	40	$k \times 320$	
19	280	40	$k \times 280$	
20	240	40	$k \times 240$	
21	200	200	$k \times 200$	
ИТОГО		1 000	$k \times 12\,600 = 378$	1 378

$$2) k \times \left(\frac{200 + 1000}{2} \right) \times 21 = 378$$

$$k = 0.03$$

$$r = 3$$

ИЛИ

Период	Оставшаяся сумма основного долга, тыс. руб.	Выплата суммы основного долга в период, тыс. руб.	Выплата процентов в период, тыс. руб.	Полная выплата за период, тыс. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 000	40	$k \times 1\,000$	
2	$1\,000 - 1 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 1 \times 40)$	
3	$1\,000 - 2 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 2 \times 40)$	
4	$1\,000 - 3 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 3 \times 40)$	
5	$1\,000 - 4 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 4 \times 40)$	
6	$1\,000 - 5 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 5 \times 40)$	
7	$1\,000 - 6 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 6 \times 40)$	
8	$1\,000 - 7 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 7 \times 40)$	
9	$1\,000 - 8 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 8 \times 40)$	
10	$1\,000 - 9 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 9 \times 40)$	
11	$1\,000 - 10 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 10 \times 40)$	
12	$1\,000 - 11 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 11 \times 40)$	
13	$1\,000 - 12 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 12 \times 40)$	
14	$1\,000 - 13 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 13 \times 40)$	
15	$1\,000 - 14 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 14 \times 40)$	
16	$1\,000 - 15 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 15 \times 40)$	
17	$1\,000 - 16 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 16 \times 40)$	
18	$1\,000 - 17 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 17 \times 40)$	
19	$1\,000 - 18 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 18 \times 40)$	
20	$1\,000 - 19 \times 40$	40	$k \times (1\,000 - 19 \times 40)$	
21	$1\,000 - 20 \times 40$	200	$k \times (1\,000 - 20 \times 40)$	
ИТОГО		1 000	$k \times 12\,600 = 378$	1 378

$$2) k \times (1\,000 \times 21 - 40(1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20)) = 378$$

$$k \times \left(1\,000 \times 21 - 40 \times \frac{1 + 20}{2} \times 20 \right) = 378$$

$$k \times (1\,000 \times 21 - 400 \times 21) = 378$$

$$k \times 21 \times (1\,000 - 400) = 378$$

$$k \times 21 \times 600 = 378$$

$$k = 0.03$$

$$r = 3$$

Ответ: 3

3.5. Занятие 11. Составление графика погашения кредита. Решение задач

Тема. Составление графика погашения кредита. Решение задач.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия.

- Производить расчёты с использованием составления графика платежей по кредиту.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Сумма кредита = S млн. руб.

Период кредитования – 11 месяцев.

Процентная ставка = 3% (0,03)

Первые 10 месяцев ежемесячные выплаты суммы основного долга одинаковые и составляют 80 тысяч рублей.

Найдите выплату суммы основного долга в 21 месяц, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей.

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, тыс. руб.	Выплата суммы основного долга в период, тыс. руб.	Выплата процентов в период, тыс. руб.	Полная выплата за период, тыс. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	S	80	0,03×S	
2	S – 1×80	80	0,03× (S – 1×80)	
3	S – 2×80	80	0,03× (S – 2×80)	
4	S – 3×80	80	0,03× (S – 3×80)	
5	S – 4×80	80	0,03× (S – 4×80)	
6	S – 5×80	80	0,03× (S – 5×80)	
7	S – 6×80	80	0,03× (S – 6×80)	
8	S – 7×80	80	0,03× (S – 7×80)	
9	S – 8×80	80	0,03× (S – 8×80)	
10	S – 9×80	80	0,03× (S – 9×80)	
11	S – 10×80	S – 10×80	0,03× (S – 10×80)	
ИТОГО		S	0,03×11×(S – 400)	1 198

1) Выплата процентов за весь период кредитования (переплата)

$$0,03 (S \times 11 - 80 \times \frac{1+10}{2} \times 11) = 0,03 \times 11 \times (S - 400)$$

2) Составим уравнение и решим его

$$S + 0,03 \times 11 \times (S - 400) = 1 198$$

$$S = 1 000$$

«Ответ: 1 000 000 рублей»

На этом месте возможна ошибка!!!

Перед тем как записать ответ, необходимо прочитать вопрос.

Какой долг будет в последний месяц: $S - 10 \times 80 = ?$

Ответ: 200 000 рублей

Задание 2

Сумма кредита – 1 000 000 руб.

Период кредитования – 11 месяцев.

Процентная ставка = 3% (0,03)

Первые 20 месяцев ежемесячные выплаты суммы основного долга одинаковые и составляют А рублей.

В 11 месяц выплата суммы основного долга составит Х рублей.

Найдите выплату суммы основного долга в 11 месяц, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1231 тысячи рублей.

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 000 000	A	0,03*1 000 000	
2	1 000 000 – 1×A	A	0,03* (1 000 000 – 1×A)	
3	1 000 000 – 2×A	A	0,03* (1 000 000 – 2×A)	
4	1 000 000 – 3×A	A	0,03* (1 000 000 – 3×A)	
5	1 000 000 – 4×A	A	0,03* (1 000 000 – 4×A)	
6	1 000 000 – 5×A	A	0,03* (1 000 000 – 5×A)	
7	1 000 000 – 6×A	A	0,03* (1 000 000 – 6×A)	
8	1 000 000 – 7×A	A	0,03* (1 000 000 – 7×A)	
9	1 000 000 – 8×A	A	0,03* (1 000 000 – 8×A)	
10	1 000 000 – 9×A	A	0,03* (1 000 000 – 9×A)	
11	1 000 000 – 10×A	X	0,03* (1 000 000 – 10×A)	
ИТОГО		1 000 000	231 000	1 231 000

1) Пусть X долг на 11 месяц, тогда ежемесячные выплаты суммы основного долга в первые 10 месяцев составят:

$$A = \frac{1\,000\,000 - X}{10}$$

2) Выплата процентов за весь период кредитования (переплата)

$$0,03 (1\,000\,000 \times 11 - A \times \frac{1+10}{2} \times 11) = 0,03 \times 11 \times (1\,000\,000 - 5 \times A)$$

По условию задачи переплата составила 231 000 руб.

Составим уравнение и решим его: $0,03 \times 11 \times (1\,000\,000 - 5 \times A) = 231\,000$

$$(1\,000\,000 - 5 \times A) = 231\,000 / (0,03 \times 11)$$

$$(1\,000\,000 - 5 \times A) = 700\,000$$

$$5 \times A = 300\,000$$

$$A = 60\,000$$

$$3) X = 1\,000\,000 - 10 \times A$$

$$X = 400\,000$$

Ответ: 400 000 рублей

3.6. Занятие 12. Составление графика погашения кредита. Решение задач

Тема. Составление графика погашения кредита. Решение задач.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия.

- Производить расчёты с использованием составления графика платежей по кредиту.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Сумма кредита – S руб.

Период кредитования – 6 месяцев.

Процентная ставка – 5% (0,05).

В таблице представлен график погашения кредита.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
Оставшаяся сумма основного долга	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	S	$0,1S$	$0,05 \times 1 \times S$	
2	$0,9S$	$0,1S$	$0,05 \times 0,9 \times S$	
3	$0,8S$	$0,1S$	$0,05 \times 0,8 \times S$	
4	$0,7S$	$0,1S$	$0,05 \times 0,7 \times S$	
5	$0,6S$	$0,1S$	$0,05 \times 0,6 \times S$	
6	$0,5S$	$0,5S$	$0,05 \times 0,5 \times S$	
ИТОГО		S	$0,225S$	$1,225S$

Переплата составила 22,5%

Ответ: 22,5%.

Задание 2

Сумма кредита – S руб.

Период кредитования – 6 месяцев.

Процентная ставка – 1% (0,01).

В таблице представлен график погашения кредита.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
Оставшаяся сумма основного долга	S	$0.9S$	$0.8S$	$0.7S$	$0.6S$	$0.5S$	0

Найдите S , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 836 тысяч рублей.

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	S	$0,1S$	$0,01 \times 1 \times S$	
2	$0,9S$	$0,1S$	$0,01 \times 0,9 \times S$	
3	$0,8S$	$0,1S$	$0,01 \times 0,8 \times S$	
4	$0,7S$	$0,1S$	$0,01 \times 0,7 \times S$	
5	$0,6S$	$0,1S$	$0,01 \times 0,6 \times S$	
6	$0,5S$	$0,5S$	$0,01 \times 0,5 \times S$	
ИТОГО		S	$0,045S$	$1,045S = 836\ 000$

$$1,045S = 836\ 000$$

$$S = 836\ 000 / 1,045$$

$$S = 800\ 000$$

Ответ: 800 000 рублей.

3.7. Занятие 13. Дифференцированные платежи. Решение задач

Тема. Составление графика погашения кредита. Решение задач.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации.

Задачи занятия.

- Производить расчёты с использованием составления графика платежей по кредиту.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Сумма кредита – 5 000 000 руб.

Период кредитования – n месяцев.

Процентная ставка = 20% (0,2)

Схема погашения кредита – дифференцированные платежи.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

1) Составим график платежей по кредиту

n – количество лет кредитования, Т.О. ежемесячная выплата суммы основного долга составляет: $\frac{1}{n} \times 5$

Период	Оставшаяся сумма основного долга, млн. руб.	Выплата суммы основного долга в период, млн. руб.	Выплата процентов в период, млн. руб.	Полная выплата за период, млн. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	5	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2×5	
2	$5 - 1 \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - 1 \times \frac{1}{n} \times 5)$	
3	$5 - 2 \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - 2 \times \frac{1}{n} \times 5)$	
4	$5 - 3 \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - 3 \times \frac{1}{n} \times 5)$	
...	
n-2	$5 - (n-3) \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - (n-3) \times \frac{1}{n} \times 5)$	
n-1	$5 - (n-2) \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - (n-2) \times \frac{1}{n} \times 5)$	
n	$5 - (n-1) \times \frac{1}{n} \times 5$	$\frac{1}{n} \times 5$	0,2× $(5 - (n-1) \times \frac{1}{n} \times 5)$	
ИТОГО		5	$\frac{n+1}{2} = 2,5$	7,5

2) Выплата процентов за период кредитования (переплата):

$$\begin{aligned}
 &0,2 \times [5 \times n - (1 \times \frac{1}{n} \times 5 + 2 \times \frac{1}{n} \times 5 + 3 \times \frac{1}{n} \times 5 + \dots + (n-1) \times \frac{1}{n} \times 5)] = \\
 &= 0,2 \times [5 \times n - \frac{1}{n} \times 5 (1+2+3+\dots+(n-1))] = 0,2 \times 5 \times [n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1))] = \\
 &= n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1)) = n - \frac{1}{n} \times \frac{1+(n-1)}{2} \times (n-1) = n - \frac{1}{n} \times \frac{n}{2} \times (n-1) = \\
 &= n - \frac{(n-1)}{2} = \frac{2n-(n-1)}{2} = \frac{n+1}{2}
 \end{aligned}$$

Из условия задачи переплата составляет 2,5 млн.

Составим уравнение и решим его: $\frac{n+1}{2} = 2,5$.

Кредит планируется взять на 4 года.

Ответ: 4 года.

Задание 2

Сумма кредита – S млн. руб.

Период кредитования – n месяцев.

Процентная ставка = 3% (0,03)

Схема погашения кредита – дифференцированные платежи.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

1) Составим график платежей по кредиту

n – количество месяцев кредитования, т.о. ежемесячная выплата суммы основного долга составляет: $\frac{1}{n} \times S$

Период	Оставшаяся сумма основного долга, млн. руб.	Выплата суммы основного долга в период, млн. руб.	Выплата процентов в период, млн. руб.	Полная выплата за период, млн. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	S	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times S$	
2	$S - 1 \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - 1 \times \frac{1}{n} \times S)$	
3	$S - 2 \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - 2 \times \frac{1}{n} \times S)$	
4	$S - 3 \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - 3 \times \frac{1}{n} \times S)$	
...	
$n-2$	$S - (n-3) \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - (n-3) \times \frac{1}{n} \times S)$	
$n-1$	$S - (n-2) \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - (n-2) \times \frac{1}{n} \times S)$	
n	$S - (n-1) \times \frac{1}{n} \times S$	$\frac{1}{n} \times S$	$0,03 \times (S - (n-1) \times \frac{1}{n} \times S)$	
ИТОГО		S	$0,03 \times S \times [\frac{n+1}{2}] = 0,3 \times S$	

2) Выплата процентов за период кредитования (переплата):

$$\begin{aligned}
 &0,03 \times [S \times n - (1 \times \frac{1}{n} \times S + 2 \times \frac{1}{n} \times S + 3 \times \frac{1}{n} \times S + \dots + (n-1) \times \frac{1}{n} \times S)] = \\
 &= 0,03 \times [S \times n - \frac{1}{n} \times S (1+2+3+\dots+(n-1))] = 0,03 \times S \times [n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1))] = \\
 &= 0,03 \times S \times [n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1))] = 0,03 \times S \times [n - \frac{1}{n} \times \frac{1+(n-1)}{2} \times (n-1)] = 0,03 \times S \times [n - \frac{1}{n} \times \frac{n}{2} \times (n-1)] = \\
 &0,03 \times S \times [n - \frac{(n-1)}{2}] = 0,03 \times S \times [\frac{2n-(n-1)}{2}] = \\
 &= 0,03 \times S \times [\frac{n+1}{2}]
 \end{aligned}$$

Из условия задачи переплата составляет 30%. Составим уравнение и решим его:

$$0,03 \times S \times [\frac{n+1}{2}] = 0,3 \times S$$

Кредит планируется взять на 19 месяцев.

Ответ: 19 месяцев.

3.8. Занятие 14. Дифференцированные платежи. Задача в общем виде

Тема. Дифференцированные платежи. Задача в общем виде.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся

Задача занятия. Вывести формулы и решить задачи по формулам.

Ход урока

Сумма кредита – S руб.

Период кредитования – n месяцев.

Процентная ставка – $r\%$ ($a = \frac{r}{100}$)

Схема погашения кредита – дифференцированные платежи.

1) Составим график платежей по кредиту

Период	Оставшаяся сумма основного долга, млн. руб.	Выплата суммы основного долга в период, млн. руб.	Выплата процентов в период, млн. руб.	Полная выплата за период, млн. руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	S	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times S$	
2	$S - 1 \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - 1 \times \frac{1}{n} \times S)$	
3	$S - 2 \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - 2 \times \frac{1}{n} \times S)$	
4	$S - 3 \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - 3 \times \frac{1}{n} \times S)$	
...	
$n-2$	$S - (n-3) \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - (n-3) \times \frac{1}{n} \times S)$	
$n-1$	$S - (n-2) \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - (n-2) \times \frac{1}{n} \times S)$	
n	$S - (n-1) \times \frac{1}{n} \times S$	$-\frac{1}{n} \times S$	$a \times (S - (n-1) \times \frac{1}{n} \times S)$	
ИТОГО		S	$a \times S \times [\frac{n+1}{2}]$	

1) n – количество месяцев кредитования, т.о. ежемесячная выплата суммы основного долга составляет: $\frac{1}{n} \times S$

2) Выплата процентов за период кредитования (переплата):

$$\begin{aligned}
 & a \times [S \times n - (1 \times \frac{1}{n} \times S + 2 \times \frac{1}{n} \times S + 3 \times \frac{1}{n} \times S + \dots + (n-1) \times \frac{1}{n} \times S)] = \\
 & = a \times [S \times n - \frac{1}{n} \times S (1+2+3+\dots+(n-1))] = a \times S \times [n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1))] = \\
 & = a \times S \times [n - \frac{1}{n} (1+2+3+\dots+(n-1))] = a \times S \times [n - \frac{1}{n} \times \frac{1+(n-1)}{2} \times (n-1)] = \\
 & = a \times S \times [n - \frac{1}{n} \times \frac{n}{2} \times (n-1)] = a \times S \times [n - \frac{(n-1)}{2}] = a \times S \times [\frac{2n-(n-1)}{2}] = \\
 & = a \times S \times [\frac{n+1}{2}]
 \end{aligned}$$

Переплата составляет: $\frac{r}{100} \times \frac{n+1}{2} \times S$

Полная выплата по кредиту составляет: $(1 + \frac{r(n+1)}{200}) \times S$

3.9. Занятие 15. Аннуитетные платежи. Решение задач

Тема. Аннуитетные платежи. Решение задач

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся

Задача занятия.

- Производить расчёты с использованием составления графика платежей по кредиту.
- Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1 (найти платеж и др.)

Сумма кредита (S) – 4 290 000 руб.

Период кредитования (n) – 2 года.

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 14,5% (0,145)

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Найдите ежегодную выплату. Какую сумму переплатит заемщик в рублях и процентах?

Определите долю выплаченных процентов в общей сумме выплаты по кредиту.

Решение:

1) Пусть ежегодная выплата составляет X рублей, тогда:

1 год	
Начислили проценты	$4\,290\,000 \times 1,145$
Выплата	X
Остаток	$4\,290\,000 \times 1,145 - X$
2 год	
Начислили проценты	$(4\,290\,000 - X) \times 1,145$
Выплата	X
Остаток	$4\,290\,000 \times 1,145^2 - 1,145 \times X - X$
т.к. за 2 года кредит был выплачен полностью, то	
$4\,290\,000 \times 1,145^2 - 1,145 \times X - X = 0$	
$X = \frac{4290000 \times 1,145 \times 1,145}{2,145}$	
X = 2 622 050	

Ежегодная выплата составляет 2 622 050 рублей.

2) За два года в банк будет выплачено:

$$2\,622\,050 \times 2 = 5\,244\,100 \text{ (руб.)}$$

3) Переплата по кредиту в рублях составит:

$$5\,244\,100 - 4\,290\,000 = 954\,100 \text{ (руб.)}$$

4) Переплата по кредиту в процентах составит:

$$(954\,100 / 4\,290\,000) \times 100\% = 0,2224 \times 100\% = 22,24\%$$

5) Долю выплаченных процентов в общей сумме выплаты по кредиту:

$$954\,100 / 5\,244\,100 = 0,18194$$

Ответ: 2 622 050 руб., 954 100 руб., 22,24%, 0,18194.

Задание 2 (найти полную выплату по кредиту)

Сумма кредита (S) – 147 000 руб.

Период кредитования (n) – 2 года.

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 10% ($a = 1,1$)

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Сколько рублей будет выплачено банку?

Решение:

1) Пусть ежегодная выплата составляет X рублей, тогда:

1 год	
Начислили проценты	$147\,000 \times 1,1$
Выплата	X
Остаток	$147\,000 \times 1,1 - X$
2 год	
Начислили проценты	$(147\,000 - X) \times 1,1$
Выплата	X
Остаток	$147\,000 \times 1,1^2 - 1,1 \times X - X$
т.к. за 2 года кредит был выплачен полностью, то	
$147\,000 \times 1,1^2 - 1,1 \times X - X = 0$	
$X = \frac{147\,000 \times 1,1 \times 1,1}{2,1}$	
X = 84 700	

Ежегодная выплата составляет 84 700 рублей.

2) За два года в банк будет выплачено:

$$84\,700 \times 2 = 169\,400 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 169 400 руб.

Задание 3 (найти период кредитования)

Сумма кредита (S) – 1 100 000 руб.

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 3%

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

На какое минимальное количество месяцев можно взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

Решение:

1) Составим график погашения кредита

Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	1 100 000 (5)	242 000 (7)	33 000 (6)	275 000 (1)
2	858 000 (8)	249 260 (10)	25 740 (9)	275 000 (2)
3	608 740 (11)	256 738 (13)	18 262 (12)	275 000 (3)
4	352 002 (14)	264 440 (16)	10 560 (15)	275 000 (4)
5	87 562 (17)	87 562 (18)	2 627 (19)	90 189
ИТОГО		1 100 000	90 189	1 190 189

Действия:

(6) $1\,100\,000 \times 0,03 = 33\,000 \text{ (руб.)}$

- (7) $275\,000 - 33\,000 = 242\,000$ (руб.)
 (8) $1\,100\,000 - 242\,000 = 858\,000$ (руб.)
 (9) $858\,000 \times 0,03 = 25\,740$ (руб.)
 (10) $275\,000 - 25\,740 = 249\,260$ (руб.)
 (11) $858\,000 - 249\,260 = 608\,740$ (руб.)
 (12) $608\,740 \times 0,03 = 18\,262$ (руб.)
 (13) $275\,000 - 18\,262 = 256\,738$ (руб.)
 (14) $608\,740 - 256\,738 = 352\,002$ (руб.)
 (15) $352\,002 \times 0,03 = 10\,560$ (руб.)
 (16) $275\,000 - 10\,560 = 264\,440$ (руб.)
 (17) $352\,002 - 264\,440 = 87\,562$ (руб.)
 (19) $87\,562 \times 0,03 = 2\,627$ (руб.)
 (20) $87\,562 + 2\,627 = 90\,189$

В результате произведенных расчетов можно сделать вывод что кредит будет погашен за 5 месяцев.

Ответ: 5 месяцев.

Задание 4 (найти сумму кредита и переплату)

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита – S (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 31% ($a = 1,31$)

Период кредитования (n) – 3 года.

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи, ежегодный платеж (X) составляет 69 690 821 рубль

Сколько рублей было взято в банке? Сколько составит переплата в рублях?

Решение:

1 год	
Начислили проценты	$S \times 1,31$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,31 - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,31 - X) \times 1,31$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,31^2 - 1,31 \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,31^2 - 1,31 \times X - X) \times 1,31$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,31^3 - 1,31^2 \times X - 1,31X - X$
т.к. за 3 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times 1,31^3 - 1,31^2 \times X - 1,31X - X = 0$	
$S \times 1,31^3 - X \times (1,31^2 + 1,31 + 1) = 0$	
$S \times 1,31^3 - 69\,690\,821 \times (1,31^2 + 1,31 + 1) = 0$	
$S = \frac{69\,690\,821 \times (1,31 \times 1,31 + 1,31 + 1)}{1,31 \times 1,31 \times 1,31}$	
$S = 124\,809\,100$	

1) Сумма кредита составляет 124 809 100 руб.

2) Полная выплата по кредиту составит:

$$69\,690\,821 \times 3 = 209\,072\,463 \text{ (руб.)}$$

3) Выплата процентов по кредиту (переплата) составит:

$$209\,072\,463 - 124\,809\,100 = 84\,263\,363 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 124 809 100 руб., 84 263 363 руб.

Задание 5 (найти сумму кредита)

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита – S (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 20% ($a = 1,2$)

Период кредитования (n) – 4 года.

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Полная выплата по кредиту (общая сумма выплат) составит 311 040 рублей.

Сколько рублей было взято в банке?

Решение:

1 год	
Начислили проценты	$S \times 1,2$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,2 - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,2 - X) \times 1,2$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,2^2 - 1,2 \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,2^2 - 1,2 \times X - X) \times 1,2$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,2^3 - 1,2^2 \times X - 1,2 \times X - X$
4 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,2^3 - 1,2^2 \times X - 1,2 \times X - X) \times 1,2$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,2^4 - 1,2^3 \times X - 1,2^2 \times X - 1,2 \times X - X$
т.к. за 4 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times 1,2^4 - 1,2^3 \times X - 1,2^2 \times X - 1,2 \times X - X = 0$	
$S \times 1,2^4 - X \times (1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1) = 0$	
Из условия известно, что $4 \times X = 311\,040$. Тогда $X = 77\,760$	
$S \times 1,2^4 - 77\,760 \times (1,2^3 + 1,2^2 + 1,2 + 1) = 0$	
$S = \frac{77\,760 \times (1,2 \times 1,2 \times 1,2 + 1,2 \times 1,2 + 1,2 + 1)}{1,2 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2}$	
$S = 201\,300$	

1) Сумма кредита составляет 201 300 руб.

Ответ: 201 300 руб.

3.10. Занятие 16. Аннуитетные платежи. Задача в общем виде

Тема. Аннуитетные платежи. Задача в общем виде.

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся

Задача занятия. Вывести формулы и решить задачи по формулам.

Ход урока

Сумма кредита – S руб.

Период кредитования – n месяцев.

Процентная ставка – $r\%$ (пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$)

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Решение:

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times k - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^2 - k \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times k^2 - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X$
4 год	
Начислили проценты	$(S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^4 - k^3 \times X - k^2 \times X - k \times X - X$
.....	
n-ый ГОД	
Начислили проценты	$(S \times k^{(n-1)} - k^{(n-2)} \times X - \dots - k^2 \times X - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^n - k^{(n-1)} \times X - k^{(n-2)} \times X - \dots - k^2 \times X - k \times X - X$

Т.к. кредит погашен за n лет, то $S \times k^n - k^{(n-1)} \times X - k^{(n-2)} \times X - \dots - k^2 \times X - k \times X - X = 0$

$S \times k^n - (k^{(n-1)} - k^{(n-2)} - \dots - k^2 - k - 1) \times X = 0$, следовательно:

$$1) S = \frac{(k^{(n-1)} - k^{(n-2)} - \dots - k^2 - k^1 - 1) \times X}{k^n} \text{ или } S = \frac{(k^n - 1) \times X}{k^{n+1} - k^n}$$

$$2) X = \frac{S \times k^n}{(k^{(n-1)} - k^{(n-2)} - \dots - k^2 - k^1 - 1)} \text{ или } X = \frac{S \times k^n (k - 1)}{(k^n - 1)}$$

S_n – сумма долга в n -ый период, тогда $S_n = S \times k^n - (k^{(n-1)} - k^{(n-2)} - \dots - k^2 - k - 1) \times X$

$$3) S_n = S \times k^n - \frac{(k^n - 1) \times X}{k - 1}$$

Задание 1 (найти сумму кредита и ежегодный платеж)

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита – S (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($a = 1 + \frac{r}{100}$) – 30% ($a = 1,3$)

Период кредитования (n) – 3 года.

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Полная выплата по кредиту (общая сумма выплат) на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.

Сколько рублей было взято в банке? Сколько составит ежегодный платеж?

Решение:

1 год	
Начислили проценты	$S \times 1,3$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,3 - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,3 - X) \times 1,3$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,3^2 - 1,3 \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times 1,3^2 - 1,3 \times X - X) \times 1,3$
Выплата	X
Остаток	$S \times 1,3^3 - 1,3^2 \times X - 1,3X - X$
т.к. за 3 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times 1,3^3 - 1,3^2 \times X - 1,3X - X = 0$	
$S \times 1,3^3 - X \times (1,3^2 + 1,3 + 1) = 0$	
$S \times 1,3^3 - X \times (1,3^2 + 1,3 + 1) = 0$	
Из условия известно, что $3X = S + 156\,060$. Тогда $X = \frac{S + 156\,060}{3}$	
$S \times 1,3^3 - \frac{S + 156\,060}{3} \times (1,3^2 + 1,3 + 1) = 0$	
$3 \times S \times 1,3^3 - (S + 156\,060) \times (1,3^2 + 1,3 + 1) = 0$	
$3 \times S \times 1,3^3 - S \times (1,3^2 + 1,3 + 1) + 156\,060 \times (1,3^2 + 1,3 + 1) = 0$	
$S = \frac{156\,060 \times (1,3 \times 1,3 + 1,3 + 1)}{3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3 - (1,3 \times 1,3 + 1,3 + 1)}$	
$S = 239\,400$	

1) Сумма кредита составляет 239 400 руб.

2) Полная выплата по кредиту составит:

$$239\,400 + 156\,060 = 395\,460 \text{ (руб.)}$$

3) Ежегодный платеж составит:

$$395\,460 / 3 = 131\,820 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 239 400 руб., 131 820 руб.

Задание 2 (анализ условий кредитов)

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита (S) – 7 007 000 (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($k = 1 + \frac{r}{100}$) – 20% ($k = 1,2$)

Период кредитования (n) – 3 года.

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Кредит был выплачен за три года. На сколько рублей меньше выплатили бы в банк, если бы кредит был погашен за 2 года.

Решение:

Вариант выплаты кредита за 3 года

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times k - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^2 - k \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times k^2 - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X$
т.к. за 3 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X = 0$	
$S \times k^3 - X \times (k^2 + k + 1) = 0$	
$X = \frac{S k^3}{k \times k + k + 1}$. При этом $S = 7\,007\,000$	
$X = 3\,326\,400$	
За 3 года будет выплачено 9 979 200 руб.	

Вариант выплаты кредита за 2 года

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	Y
Остаток	$S \times k - Y$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times k - Y) \times k$
Выплата	Y
Остаток	$S \times k^2 - k \times Y - Y$
т.к. за 2 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times k^2 - k \times Y - Y = 0$	
$S \times k^2 - Y \times (k + 1) = 0$	
$Y = \frac{S k^2}{k + 1}$. При этом $S = 7\,007\,000$	
$Y = 4\,586\,400$	
За 2 года будет выплачено 9 172 800 руб.	

На сколько рублей меньше выплатили бы в банк?

$$9\,979\,200 - 9\,172\,800 = 806\,400 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 806 400 руб.

Задание 3 (найти процентную ставку по кредиту)

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита – S (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($k = 1 + \frac{r}{100}$)

Схема погашения кредита – аннуитетные платежи.

Если платить каждый год по 2 073 600 рублей, то кредит будет выплачен за 4 года.

Если платить каждый год по 3 513 600 рублей, то кредит будет выплачен за 2 года.

Под какой процент был выдан кредит в банке?

Решение:

Вариант выплаты кредита за 4 года

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k - X$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times k - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^2 - k \times X - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times k^2 - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X$
4 год	
Начислили проценты	$(S \times k^3 - k^2 \times X - k \times X - X) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^4 - k^3 \times X - k^2 \times X - k \times X - X$
т.к. за 4 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times k^4 - k^3 \times X - k^2 \times X - k \times X - X = 0$	
$S \times k^4 - X \times (k^3 + k^2 + k + 1) = 0$	
$S = \frac{X \times (k \times k \times k + k \times k + k + 1)}{k \times k \times k \times k}$. При этом $X = 2\,073\,600$	
$S = \frac{2\,073\,600 \times (k \times k \times k + k \times k + k + 1)}{k \times k \times k \times k}$	

Вариант выплаты кредита за 2 года

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	Y
Остаток	$S \times k - Y$
2 год	
Начислили проценты	$(S \times k - Y) \times k$
Выплата	Y
Остаток	$S \times k^2 - k \times Y - Y$
т.к. за 2 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times k^2 - k \times Y - Y = 0$	
$S \times k^2 - Y \times (k + 1) = 0$	
$S = \frac{Y \times (k + 1)}{k \times k}$. При этом $Y = 3\,513\,600$	
$S = \frac{3\,513\,600 \times (k + 1)}{k \times k}$	

Так как сумма кредита величина постоянная, то

$$\frac{2\,073\,600 \times (k \times k \times k + k \times k + k + 1)}{k \times k \times k \times k} = \frac{3\,513\,600 \times (k + 1)}{k \times k}$$

$$2\,073\,600 (k \times k \times k + k \times k + k + 1) = 3\,513\,600 (k+1) \times k \times k$$

$$k \times k \times k + k \times k + k + 1 = k^2 \times k + k^2 + (k+1) = k^2 \times (k+1) + (k+1) = (k^2+1) \times (k+1)$$

$$2\,073\,600 (k^2+1) \times (k+1) = 3\,513\,600 (k+1) \times k \times k$$

$$2\,073\,600 (k^2+1) = 3\,513\,600 \times k^2$$

$$2\,073\,600 \times k^2 + 2\,073\,600 = 3\,513\,600 \times k^2$$

$$1\,440\,000 \times k^2 = 2\,073\,600$$

$$k^2 = 1,44, (k > 0)$$

$$k = 1,2$$

$$r = 20$$

Процентная ставка: 20%

Ответ: 20%.

3.11. Занятие 17. Различные условия кредитования

Тема. Различные условия кредитования

Цель занятия. Более глубокое усвоение знаний, высокий уровень обобщения, систематизации; проверка и оценка знаний обучающихся.

Задача занятия. Повторение, коррекция и более глубокое осмысление учебного материала.

Ход урока

Задание 1

Планируется взять кредит в банке, сумма кредита $S = 7\,320\,000$ (руб.)

Процентная ставка $r\%$ ($k = 1 + \frac{r}{100}$) – 20% ($k = 1,2$). Проценты начисляются ежегодно.

Период кредитования (n) – 4 года

Схема погашения кредита – двумя равными платежами в 2-ой и 4-ый год.

Сколько рублей составит каждый из этих платежей? Найдите переплату по кредиту.

1 год	
Начислили проценты	$S \times k$
Выплата	0
Остаток	$S \times k$
2 год	
Начислили проценты	$S \times k \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^2 - X$
3 год	
Начислили проценты	$(S \times k^2 - X) \times k$
Выплата	0
Остаток	$S \times k^3 - X \times k$
4 год	
Начислили проценты	$(S \times k^3 - X \times k) \times k$
Выплата	X
Остаток	$S \times k^4 - k^2 \times X - X$
т.к. за 4 года кредит был выплачен полностью, то	
$S \times k^4 - kX - X = 0$	
$S \times k^4 - X \times (k + 1) = 0$	
$X = \frac{S \times k \times k \times k \times k}{k \times k + 1}$. При этом $X = 7\,320\,000$, $k = 1,2$	
$X = 6\,220\,800$	

Каждый платеж составит 6 220 800 рублей.

Выплаты по кредиту составят: $6\,220\,800 \times 2 = 12\,441\,600$ (руб.)

Выплата процентов за период кредитования (переплата):

$12\,441\,600 - 7\,320\,000 = 5\,121\,600$ (руб.)

Ответ: 6 220 800 рублей, 5 121 600 рублей.

И другие задания.

Приложения

Приложение 1. Раздаточные материалы к занятиям

Занятие №6

Реальный график платежей и его анализ⁴

Сумма кредита = _____. Период _____. Процентная ставка _____ в месяц.

График платежей на 20.03.2015

Валюта: 810

Заемщик: Иванов Иван Иванович

Кредитный договор: №623/51-002787

№	Дата	Начальный баланс	В т.ч. Кредит	В т.ч. Проценты	Платеж (ОД+проценты)	Конечный баланс
1	2	3	4	5	6	7
	20.03.2015	999 990,00	0,00	0,00	0,00	999 990,00
1	20.04.2015	999 990,00	23 214,10	9 999,90	33 214,00	976 775,90
2	20.05.2015	976 775,90	23 446,24	9 767,76	33 214,00	953 329,66
3	20.06.2015	953 329,66	23 680,70	9 533,30	33 214,00	929 648,96
4	20.07.2015	929 648,96	23 917,51	9 296,49	33 214,00	905 731,45
5	20.08.2015	905 731,45	24 156,68	9 057,32	33 214,00	881 574,77
6	20.09.2015	881 574,77	24 398,25	8 815,75	33 214,00	857 176,52
7	20.10.2015	857 176,52	24 642,23	8 571,77	33 214,00	832 534,29
8	20.11.2015	832 534,29	24 888,65	8 325,35	33 214,00	807 645,64
9	20.12.2015	807 645,64	25 137,54	8 076,46	33 214,00	782 508,10
10	20.01.2016	782 508,10	25 388,91	7 825,09	33 214,00	757 119,19
11	20.02.2016	757 119,19	25 642,80	7 571,20	33 214,00	731 476,39
12	20.03.2016	731 476,39	25 899,23	7 314,77	33 214,00	705 577,16
13	20.04.2016	705 577,16	26 158,22	7 055,78	33 214,00	679 418,94
14	20.05.2016	679 418,94	26 419,81	6 794,19	33 214,00	652 999,13
15	20.06.2016	652 999,13	26 684,00	6 530,00	33 214,00	626 315,13
16	20.07.2016	626 315,13	26 950,84	6 263,16	33 214,00	599 364,29
17	20.08.2016	599 364,29	27 220,35	5 993,65	33 214,00	572 143,94
18	20.09.2016	572 143,94	27 492,56	5 721,44	33 214,00	544 651,38
19	20.10.2016	544 651,38	27 767,48	5 446,52	33 214,00	516 883,90
20	20.11.2016	516 883,90	28 045,16	5 168,84	33 214,00	488 838,74
21	20.12.2016	488 838,74	28 325,61	4 888,39	33 214,00	460 513,13
22	20.01.2017	460 513,13	28 608,86	4 605,14	33 214,00	431 904,27
23	20.02.2017	431 904,27	28 894,95	4 319,05	33 214,00	403 009,32
24	20.03.2017	403 009,32	29 183,90	4 030,10	33 214,00	373 825,42
25	20.04.2017	373 825,42	29 475,74	3 738,26	33 214,00	344 349,68
26	20.05.2017	344 349,68	29 770,50	3 443,50	33 214,00	314 579,18
27	20.06.2017	314 579,18	30 068,20	3 145,80	33 214,00	284 510,98
28	20.07.2017	284 510,98	30 368,89	2 845,11	33 214,00	254 142,09
29	20.08.2017	254 142,09	30 672,57	2 541,43	33 214,00	223 469,52
30	20.09.2017	223 469,52	30 979,30	2 234,70	33 214,00	192 490,22
31	20.10.2017	192 490,22	31 289,09	1 924,91	33 214,00	161 201,13
32	20.11.2017	161 201,13	31 601,98	1 612,02	33 214,00	129 599,15
33	20.12.2017	129 599,15	31 918,00	1 296,00	33 214,00	97 681,15
34	20.01.2018	97 681,15	32 237,18	976,82	33 214,00	65 443,97
35	20.02.2018	65 443,97	32 559,56	654,44	33 214,00	32 884,41
36	20.03.2018	32 884,41	32 884,41	328,85	33 213,26	0,00
		ИТОГО	999 990,00	195 713,26	1 195 703,26	

⁴ Имеется погрешность в вычислениях...из-за расчетов в xls

Таблица 1

Наименование	Заданный график платежей
Сумма кредита = Сумме основного долга банку, руб.	
Срок кредитования (период кредитования: месяц, квартал, год и пр.), месяцев	
Процентная ставка за период, %	
Сумма выплаты по кредиту, руб.	
Сумма выплаты по кредиту, %	
Сумма выплаченных процентов (переплата), руб.	
Сумма выплаченных процентов (переплата), %	
Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма уплаченных процентов, %	
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, %	

Какую сумму выплатит банку заемщик (руб.)

Таблица 2

1	за 2015 г		Первый год кредитования	
2	за 2016 г		Второй год кредитования	
3	за 2017 г.		Третий год кредитования	
4	за 2018 г.			
	Итого			

Какую сумму основного долга выплатит банку заемщик (руб.)

Таблица 3

1	за 2015 г		Первый год кредитования	
2	за 2016 г		Второй год кредитования	
3	за 2017 г.		Третий год кредитования	
4	за 2018 г.			
	Итого			

Какую сумму процентов выплатит банку заемщик (руб.)

Таблица 4

1	за 2015 г		Первый год кредитования	
2	за 2016 г		Второй год кредитования	
3	за 2017 г.		Третий год кредитования	
4	за 2018 г.			
	Итого			

Остаток суммы основного долга на начало каждого календарного года

На начало 2016 года -

На начало 2017 года -

На начало 2018 года -

Остаток суммы основного долга на конец каждого календарного года

На конец 2015 года -

На конец 2016 года -

На конец 2017 года -

На конец 2018 года -

Занятия 7 и 8

Составить графики платежей по кредиту с заданными условиями (задачи №№ 1, 2, 3). Проанализировать структуру платежей. Ответить на вопросы:

1) Какую схему выгоднее выбрать Заемщику?

2) Какая схема выгоднее для Банка?

Задача 1. Составить графики платежей: заданы условия кредитования (изменение суммы основного долга)

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. При этом в конце каждого месяца выплата суммы основного долга должна составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Январь 2019	Февраль 2019	Март 2019	Апрель 2019	Май 2019
Долг (в млн рублей)	432 000,00	360 000,00	300 000,00	250 000,00	0

Заданный график платежей				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	(6)	(1)	(10)	(15)
2	(7)	(2)	(11)	(16)
3	(8)	(3)	(12)	(17)
4	(9)	(4)	(13)	(18)
ИТОГО		(5)	(14)	(19)

Задача 2. Составить графики платежей: дифференцированные платежи

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. Схема погашения кредита ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫМИ ПЛАТЕЖАМИ

Дифференцированные платежи - сумма долга каждый период уменьшается равномерно, то есть на одну и ту же величину.

Дифференцированные платежи				
Период	Оставшаяся сумма основного долга, руб.	Выплата суммы основного долга в период, руб.	Выплата процентов в период, руб.	Полная выплата за период, руб.
1	2	3	4	5(=3+4)
1	(6)	(1)	(10)	(15)
2	(7)	(2)	(11)	(16)
3	(8)	(3)	(12)	(17)
4	(9)	(4)	(13)	(18)
ИТОГО		(5)	(14)	(19)

В банке выдан кредит. Сумма кредита (сумма основного долга) 1 342 000 рублей. Период кредитования 4 месяца. Процентная ставка 20% в месяц. Схема погашения кредита **АННУИТЕТНЫМИ ПЛАТЕЖАМИ**, в данной задаче ежемесячный платеж составляет 518 400 руб.

Аннуитетные платежи – долг выплачивается равными платежами (полные выплаты в период равны, под долгом и полными выплатами в период понимается сумма выплаты основного кредита в период и выплаты процентов за пользование кредитом в период).

Действия по заполнению таблицы и составлению графика платежей по кредиту:

АНАЛИЗ ПРОИЗВЕДЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Таблица 7. Сводные данные по трем задачам

Наименование	Заданный график платежей	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
Сумма основного долга			
Выплата суммы основного долга в период			
Выплата процентов в период, руб.			
Полная выплата за период			
Сумма кредита = Сумме основного долга банку, руб.			
Срок кредитования (период кредитования: месяц, квартал, год и пр.)			
Процентная ставка за период			
Сумма выплаты по кредиту, руб.			
Сумма выплаты по кредиту, %			
Сумма выплаченных процентов (переплата), руб.			
Сумма выплаченных процентов (переплата), %			
Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма уплаченных процентов, %			
Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, %			
Какую сумму получит банк в первый период кредитования, руб.			
Какую сумму получит банк за первые два периода кредитования, руб.			
Какую сумму получит банк за первые три периода кредитования, руб.			

Наименование	Заданный график платежей	Дифференцированные платежи	Аннуитетные платежи
Какую сумму получит банк за весь период кредитования, руб.			
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за первый период кредитования, руб.			
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик в первый период кредитования, %			
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за второй период кредитования, руб.			
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик во второй период кредитования, %			
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за третий период кредитования, руб.			
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик за третий период кредитования, %			
Какую сумму основного долга выплатит заемщик за четвертый период кредитования, руб.			
Сколько процентов от суммы кредита выплатит заемщик за четвертый период кредитования, %			

Приложение 2. Задания для самостоятельной работы и их решение

(в составе представленных материалов не прилагаются)